

Матгрусть. Синие.

Напоминаем, что XXXIII Математический праздник состоится 27 февраля 2022 года.

Немного определений

1 В этом листке во всех задачах мы будем считать, что на листе бумаги отмечено много (но конечное число) красных точек.

Будем считать, что расположение точек выбрано случайно, и, таким образом, ваше решение должно быть верным для любого варианта их расположения.

2 Мы будем пытаться как-то резать этот лист бумаги. Давайте считать, что точки, через которые проходит разрез, не попадают ни в одну из получившихся частей.

Немного примеров

1 Докажите, что можно выбрать какую-то красную точку и провести через неё прямой разрез так, чтобы на одной из получившихся частей не было бы ни одной красной точки.

a Правда ли, что это тоже самое, что провести разрез так, чтобы все красные точки, кроме начальной, оказались на одной из частей?

b Давайте усилим условие задачи и попросим, чтобы разрез был параллелен длинной стороне листа.

2 А теперь мы хотим провести разрез через одну из красных точек так, чтобы все остальные точки находились на одном из получившихся кусков.

Дальше сами

1 Докажите, что можно провести два разреза, параллельные нижней стороне листа так, чтобы каждый разрез содержал минимум по одной красной точке, а также не было ни одной точки ниже первого или выше второго разреза.

2 Докажите, что можно вырезать внутреннюю часть в виде прямоугольника, со сторонами, параллельными краям листа, так что ни одной красной точки нет снаружи него, а на каждой из сторон найдётся хотя бы одна точка. Какое наименьшее число точек может оказаться на её границах?

a Вопрос со звёздочкой после сдачи задачи.

3 Докажите, что можно выбрать не менее двух красных точек, и провести через них прямой разрез так, чтобы в одном из получившихся кусков ни оказалось ни одной точки.

4 Решите вторую задачу при условии, что теперь внутренняя часть должна быть в форме равностороннего треугольника.

5 В этой задаче будем считать, что нет трёх красных точек, лежащих на одной прямой. Докажите, что можно провести разрез так, чтобы в обеих частях было поровну точек.

a Вопрос со звёздочкой после сдачи задачи.

6 А тут просто поговорим.

Матгрусть. Синие.

Напоминаем, что XXXIII Математический праздник состоится 27 февраля 2022 года.

Немного определений

1 В этом листке во всех задачах мы будем считать, что на листе бумаги отмечено много (но конечное число) красных точек.

Будем считать, что расположение точек выбрано случайно, и, таким образом, ваше решение должно быть верным для любого варианта их расположения.

2 Мы будем пытаться как-то резать этот лист бумаги. Давайте считать, что точки, через которые проходит разрез, не попадают ни в одну из получившихся частей.

Немного примеров

1 Докажите, что можно выбрать какую-то красную точку и провести через неё прямой разрез так, чтобы на одной из получившихся частей не было бы ни одной красной точки.

a Правда ли, что это тоже самое, что провести разрез так, чтобы все красные точки, кроме начальной, оказались на одной из частей?

b Давайте усилим условие задачи и попросим, чтобы разрез был параллелен длинной стороне листа.

2 А теперь мы хотим провести разрез через одну из красных точек так, чтобы все остальные точки находились на одном из получившихся кусков.

Дальше сами

1 Докажите, что можно провести два разреза, параллельные нижней стороне листа так, чтобы каждый разрез содержал минимум по одной красной точке, а также не было ни одной точки ниже первого или выше второго разреза.

2 Докажите, что можно вырезать внутреннюю часть в виде прямоугольника, со сторонами, параллельными краям листа, так что ни одной красной точки нет снаружи него, а на каждой из сторон найдётся хотя бы одна точка. Какое наименьшее число точек может оказаться на её границах?

a Вопрос со звёздочкой после сдачи задачи.

3 Докажите, что можно выбрать не менее двух красных точек, и провести через них прямой разрез так, чтобы в одном из получившихся кусков ни оказалось ни одной точки.

4 Решите вторую задачу при условии, что теперь внутренняя часть должна быть в форме равностороннего треугольника.

5 В этой задаче будем считать, что нет трёх красных точек, лежащих на одной прямой. Докажите, что можно провести разрез так, чтобы в обеих частях было поровну точек.

a Вопрос со звёздочкой после сдачи задачи.

6 А тут просто поговорим.