

## Раскраски. Синие.

**1** Два коня, белый и чёрный, играют друг с другом на шахматной доске. Вначале белый стоит на поле  $a1$ , а чёрный — на поле  $b1$ . Первым ходит белый конь. Докажите, что чёрный конь не сможет съесть белого, даже если белый будет ему поддаваться.

**2** Имеется бесконечная клетчатая лента шириной в одну клетку. 10 кузнечиков сидят в 10 подряд идущих клетках. Каждую минуту один из них прыгает в точку, симметричную ему относительно другого кузнечика. Может ли через некоторое время кузнечик Петя оказаться в клетке, соседней с той, где он начинал?

**3** Каждая сторона равностороннего треугольника разбита на  $n$  равных частей. Через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. В результате треугольник разбит на  $n^2$  треугольничков (подумайте, почему). Назовём цепочкой последовательность треугольничков, в которой ни один не появляется дважды и каждый последующий имеет общую сторону с предыдущим. Какое наибольшее возможное количество треугольничков в цепочке?

**4**     **a** На бесконечной клетчатой бумаге отметили 2011 клеток. Докажите, что из них можно выбрать 503 клетки так, чтобы они не имели между собой общих точек.

**b** Приведите пример, когда уже 504 клетки выделить нельзя.

**5** На доске размером  $8 \times 8$  клеток в левом нижнем углу в виде квадрата  $3 \times 3$  стоят девять фишек (смотрите рисунок слева). За один ход разрешается какой-нибудь одной фишке перепрыгнуть через какую-нибудь другую фишку на клетку, симметричную первой фишке относительно второй (если эта клетка свободна). Можно ли после нескольких таких ходов собрать все фишки в виде квадрата  $3 \times 3$

**a** в левом верхнем углу доски?

**b** в правом верхнем углу доски ?

**6** «Крокодилом» называется фигура, ход которой заключается в прыжке на клетку, в которую можно попасть сдвигом на одну клетку по вертикали или горизонтали, а затем на  $N$  клеток в перпендикулярном направлении (при  $N = 2$  «крокодил» — это шахматный конь). При каких  $N$  «крокодил» может пройти с любой клетки бесконечной клетчатой доски на любую другую?

**7** Дана доска  $15 \times 15$ . Некоторые пары центров соседних по стороне клеток соединили отрезками так, что получилась замкнутая несамопересекающаяся ломаная, симметричная относительно одной из диагоналей доски. Докажите, что длина ломаной не больше 200.