

Раскраски. Синие.

1 Два коня, белый и чёрный, играют друг с другом на шахматной доске. Вначале белый стоит на поле $a1$, а чёрный — на поле $b1$. Первым ходит белый конь. Докажите, что чёрный конь не сможет съесть белого, даже если белый будет ему поддаваться.

2 Имеется бесконечная клетчатая лента шириной в одну клетку. 10 кузнечиков сидят в 10 подряд идущих клетках. Каждую минуту один из них прыгает в точку, симметричную ему относительно другого кузнечика. Может ли через некоторое время кузнечик Петя оказаться в клетке, соседней с той, где он начинал?

3 Каждая сторона равностороннего треугольника разбита на n равных частей. Через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. В результате треугольник разбит на n^2 треугольничков (подумайте, почему). Назовём цепочкой последовательность треугольничков, в которой ни один не появляется дважды и каждый последующий имеет общую сторону с предыдущим. Какое наибольшее возможное количество треугольничков в цепочке?

4 **a** На бесконечной клетчатой бумаге отметили 2011 клеток. Докажите, что из них можно выбрать 503 клетки так, чтобы они не имели между собой общих точек.

b Приведите пример, когда уже 504 клетки выделить нельзя.

5 На доске размером 8×8 клеток в левом нижнем углу в виде квадрата 3×3 стоят девять фишек (смотрите рисунок слева). За один ход разрешается какой-нибудь одной фишке перепрыгнуть через какую-нибудь другую фишку на клетку, симметричную первой фишке относительно второй (если эта клетка свободна). Можно ли после нескольких таких ходов собрать все фишки в виде квадрата 3×3

a в левом верхнем углу доски?

b в правом верхнем углу доски ?

6 «Крокодилом» называется фигура, ход которой заключается в прыжке на клетку, в которую можно попасть сдвигом на одну клетку по вертикали или горизонтали, а затем на N клеток в перпендикулярном направлении (при $N = 2$ «крокодил» — это шахматный конь). При каких N «крокодил» может пройти с любой клетки бесконечной клетчатой доски на любую другую?

7 Дана доска 15×15 . Некоторые пары центров соседних по стороне клеток соединили отрезками так, что получилась замкнутая несамопересекающаяся ломаная, симметричная относительно одной из диагоналей доски. Докажите, что длина ломаной не больше 200.