

Математический кружок 6 класса в школе 1543. Маленькие и крайние случаи. Синие.

Задачи ниже не имеют какой-то явной структуры или логики. Они довольно разные, но, перед решением, хочется напомнить вам о двух возможностях: всегда можно посмотреть на маленькие или крайние случаи

1 Разбейте квадрат на 1544 не обязательно равных квадрата.

2 Докажите, что все числа от 1 до миллиона можно раскрасить в два цвета так, чтобы числа x и $2x$ были разных цветов

3 На собрание пришли родители, среди которых есть друзья. Оказалось, что каждые два из них, имеющие на собрании одинаковое количество друзей, не имеют общих друзей. Докажите, что найдется родитель, который имеет ровно одного друга на этом собрании.

4 Двое игроков по очереди выставляют на доску 999×9999 по одной шашке, при этом ни в одной линии (горизонтально или вертикально) не должно быть больше двух шашек. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто выиграет при правильной игре?

5 В клетках доски 8×8 расставлены числа $1, 2, \dots, 64$. Докажите, что найдется пара соседних по стороне клеток, числа в которых отличаются не менее чем на 5.

6 Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске на одну клетку по вертикали или горизонтали. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами 1000×1000 клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?

7 В коллективе из 100 людей любых пятерых можно посадить за круглый стол таким образом, что каждый будет сидеть рядом со знакомыми. Докажите, что кто-то в этом коллективе имеет не менее 97 знакомых.

8 У каждого из 2022 красноармейцев есть звездочки на погонах — у всех разное количество. У красноармейца Сухова звездочек больше всего. Сколько существует способов установить между красноармейцами должностные отношения так, чтобы у каждого, кроме Сухова, был ровно один прямой начальник, и у начальника всегда было бы больше звездочек, чем у подчиненного?