

Признаки делимости. Жёлтые.

Вступление

1 Докажите признаки делимости:

a Число делится на 2 или 5 в том и только том случае, когда его последняя цифра делится на 2 или 5.

b Число делится на 4 или 25 в том и только том случае, когда число, образованное двумя его последними цифрами, делится на 4 или 25.

c Число делится на 3 или 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 или 9.

2 a Докажите, что число $100 \dots 01$, в котором четное число нулей между единицами, делится на 11.

b Между цифрами числа $\overline{abcde \dots}$ расставили чередующие минусы и плюсы: $a - b + c - d + e - \dots$. Докажите, что результат получившегося выражения делится на 11 в том и только том случае, когда само число делится на 11.

А теперь сами!

1 Делятся ли на 11 числа a) 2250459156; b) 981290131?

2 a Замените звездочки в записи числа 72^*4^* цифрами так, чтобы это число делилось на 45.

b Найдите все возможные способы сделать это.

3 Придумайте какое-нибудь четырехзначное число, которое делится на 2, 3 и 11, но не делится на 5 и 9.

4 a Число делится на 27. Правда ли, что сумма его цифр делится на 27?

b Сумма цифр числа делится на 27. Правда ли само число делится на 27?

5 Является ли число 12345678926 квадратом какого-то другого числа? (Выясните это, не пользуясь калькулятором, и не выполняя сложных вычислений.)

6 Дома у Олега есть сейф, но кода он не знает. Бабушка рассказала Олегу, что код состоит из 7 цифр — двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А дедушка — что код делится и на 3, и на 4. Помогите Олегу открыть сейф.

7 Анна Алексеевна задумала трехзначное число, все цифры в нем разные, и его последняя цифра равна сумме первых двух. Оказалось, что это число простое. Какой могла быть его последняя цифра?

8 В справочнике «Магия для чайников» написано:

Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные — на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение.

Возможно ли таким образом устроить землетрясение?

9★ Анна Алексеевна написала число, в котором все цифры разные. Посмотрев на него внимательно, она с удивлением обнаружила, что число делится на каждую из своих цифр. Может ли число Анны Алексеевны состоять

a) из 9 цифр? b) из 8? c) из 7?