

## Цифры и числа. Зелёные.

В связи с ростом средней продолжительности жизни наблюдается рост числа старых дураков.

---

### Вступление

**1** В трёхзначном числе первую цифру (разряд сотен) увеличили на 3, вторую — на 2, третью — на 1. В итоге число увеличилось в 4 раза. Что это могло быть за число?

**2** Число  $x$  оканчивается на 5. Докажите, что  $x^2$  (другая запись выражения  $x \cdot x$ ) оканчивается на 25.

### А теперь сами!

**1** Замените звездочки цифрами так, чтобы получился верный пример на сложение:

$$97 * + * * 5 + 1 * 86 = 2230.$$

Покажите, что существует только один ответ.

**2** Найдите все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в 5 раз.

**3** **a** Учительница попросила Ксюшу сложить два натуральных числа и сказала, что получится красивый ответ. Ксюша сложила числа и получила 2023. Уверенная, что всё правильно, она показала ответ, но выяснилось, что в одном из чисел она по невнимательности не заметила ноль на конце. Учительница же, говоря про красивый ответ, имела в виду число 4444. Какие числа складывала Ксюша?

**b** Маша сложила трехзначное и пятизначное число и получила 55555. Затем из одного из чисел она убрала цифру, и сложила числа еще раз, получив 5677. Известно, что цифра, которую она убрала, равнялась 0. Чему равнялись изначальные числа? Найдите все варианты.

**4** Маша загадала три **a** цифры; **b** числа, меньших миллиона:  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Юля может сказать Маше три числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , тогда Маша сообщит значение  $a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z$ . Какие числа нужно назвать Юле, чтобы гарантированно отгадать Машины числа?

**5** Натуральное число называется палиндромом, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2015 — нет). Можно ли представить число **a** 1543; **b** 2021 в виде суммы двух палиндромов?

## Цифры и числа. Зелёные. Добавка.

**6** В равенстве  $\text{ДУБ} + \text{ДУБ} + \text{ДУБ} + \dots + \text{ДУБ} = \text{РОЩА}$  одинаковыми буквами заменены одинаковые цифры, а разными — разные. Какое наибольшее число дубов может быть в роще?

**7** Существует ли трехзначное число, равное произведению своих цифр?

**8** Заметим, что если перевернуть лист, на котором написаны цифры, то цифры 0, 1, 8 не изменятся, 6 и 9 поменяются местами, остальные потеряют смысл. Сколько существует девятизначных чисел, которые при переворачивании листа не изменяются?

**9** Известно, что  $\text{КОНФЕТА} + \text{ОМЛЕТ} = \text{КОТЛЕТА} + \text{СКЕЛЕТ}$ , а ещё  $\text{СТЕ} + \text{КЛ} - \text{ОМ} = 65$ . Найдите Н. (Разными буквами обозначены разные цифры.)

**10** **a** Существует ли число, которое делится на 2021, и его сумма цифр равна 2021?

**b** Существуют ли два последовательных натуральных числа, сумма цифр каждого из которых делится на 11?

