

## Маленькие случаи. Зайчики.

### Вступление

**1** В каждой клетке клетчатой полоски  $1 \times 80$  стоит по шашке: слева 40 белых, справа — 40 черных. За один ход можно поменять местами пару соседних шашек, где слева белая, а справа черная. За какое наименьшее число ходов можно получить позицию, где слева 40 черных, а справа — 40 белых?

**2** *Палиндром* — это натуральное число, которое читается одинаково слева направо и справа налево (например, 1, 343, 1551 — это палиндромы, а 2023 нет). Некоторый палиндром увеличили на 110, и сумма вновь оказалась палиндромом. Сколько цифр могло быть в записи исходного палиндрома.

### А теперь сами!

**1** Разрежьте клетчатый квадрат  $50 \times 50$  без угловой клетки на клетчатые уголки с различным нечётным числом клеток.

**2** **a** Все клетки доски  $2 \times 24$  заполнили крестиками и ноликами. У каждого крестика ровно один сосед крестик, а у каждого нолика ровно два соседа нолики. Приведите пример такой расстановки.

**b** То же для доски  $2 \times 25$ . **c** То же для доски  $2 \times 26$ .

**3** **a** Можно ли выписать в строку числа 1, 2, 3, 4 так, чтобы суммы любых пар соседей были равны, или отличались на 1?

**b** То же для чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. **c** То же для чисел 1, 2, 3, ..., 76, 77.

**4** На какое наибольшее число прямоугольников разной площади можно разрезать прямоугольник  $50 \times 100$ , если резать можно только по границам клеток.

## Маленькие случаи. Зайчики. Добавка

**5** Дана клетчатая доска  $13 \times 13$ , раскрашенная в шахматном порядке, причём её угловые клетки белые. Какое наименьшее число ладей может побить все чёрные клетки этой доски?

**6** **a** Напишите 20 различных ненулевых целых чисел, произведение которых не изменится, если все числа увеличить на 1.

**b** То же задание для 77 чисел.

**7** Выписаны все натуральные числа от 1 до 2024. Что больше и на сколько: сумма всех чётных или сумма всех нечётных?

**8** На клетчатой доске  $3 \times 100$  расставьте коней так, чтобы каждый бил ровно двух других коней, и пустыми остались менее половины клеток.