

## Зайчики. Делимость 2.

- Натуральное число делится на 2 (на 5) тогда и только тогда, когда на 2 (соответственно, на 5) делится его последняя цифра.
- Натуральное число делится на 4 тогда и только тогда, когда на 4 делится число, образованное его последними двумя цифрами.
- Натуральное число делится на 3 (на 9) тогда и только тогда, когда на 3 (соответственно, на 9) делится сумма его цифр.
- Натуральное число делится на 11, если сумма его цифр, стоящих на нечётных местах, минус сумма цифр, стоящих на чётных местах, делится на 11.

**0** Доказательство всех признаков делимости.

**1** Делятся ли на 11 числа **a** 2250459156; **b** 981290131?

**2** Верно ли, что если число одновременно делится на 4 и на 6, то оно делится и на 24?

**3** Замените звездочки в записи числа  $72*4*$  цифрами так, чтобы это число делилось на 45.

**4** Алина, Оля и Наташа решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает 4 конфеты, решившая второй - две, а решившая третьей - одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причём одновременных решений не было. Докажите, что они ошибаются.

**5** Не вычисляя произведения  $2022 \cdot 15 \cdot 77$ , определите, делится ли оно на 2, 3, 9, 35, 80, 6066.

**6** Докажите, что произведение любых пяти последовательных чисел делится **a** на 30; **b** на 120.

**7** Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?

**8** Есть ли решения у ребуса  $AB \times B\Gamma = DD\Gamma\Gamma$ ? (Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми — одинаковые.)

**9** Докажите, что из 100 любых натуральных чисел можно выбрать не менее 99 так, чтобы их сумма была бы составным числом.

## Зайчики. Делимость-2. Добавка.

**10** В стране Цифра есть 2022 города с названиями  $1, 2, 3, 4, 5, \dots, 2022$ . Путешественник обнаружил, что два города соединены односторонней авиалинией в том и только в том случае, если число, составленное из чисел-названий этих городов, делится на 3. (Например, число, составленное из названий городов 13 и 1364, равно 131364. Оно делится на 3:  $131364 : 3 = 43788$ , поэтому из города 13 в город 1364 ведёт авиалиния.) Можно ли добраться из города 1 в город 2022?

**11** Катя перемножила четыре подряд идущих натуральных числа, и оказалось, что произведение делится на 1000. Какие наименьшие числа могла перемножить Катя?

**12** Олег пишет на доске последовательность натуральных чисел. Первое число  $N$  написано заранее. Новые натуральные числа он получает так: вычитает из последнего записанного числа или прибавляет к нему любой его делитель, больший 1. При любом ли натуральном  $N$ , большем 1, Олег сможет в какой-то момент написать на доске число 2023?