

Кенгурята. Информация.

0 **a** Есть 3 монеты. Одна из них фальшивая (более лёгкая). Как с помощью одного взвешивания на чашечных весах гарантированно найти фальшивую монету?

b Есть 9 монет. Одна из них фальшивая (более лёгкая). Как с помощью двух взвешиваний на чашечных весах гарантированно найти фальшивую монету?

c Есть 25 монет. Одна из них фальшивая (более лёгкая). Как с помощью трёх взвешиваний на чашечных весах гарантированно найти фальшивую монету?

d Есть n монет. Одна из них фальшивая (более лёгкая). Как с помощью трёх взвешиваний на чашечных весах гарантированно найти фальшивую монету?

*Вариантов = количество монет (так как каждая может быть фальшивой).
Информации 3^N*

1 Шоколадка 8×8 разбита канавками на 64 дольки. В одной из долек спрятан орех. Отламывая прямоугольный кусочек, можно узнать есть в нем орех или нет. За какое наименьшее количество отламываний можно найти орех?

*Вариантов 64. Информации 2^N . Значит ответ 8.
Алгоритм: каждый раз делим пополам*

2 Вася загадывает клетку шахматной доски. Петя каждым ходом может обвести по границам клеток любой прямоугольник и узнать у Васи, попала ли в него загаданная клетка. За какое наименьшее количество вопросов Петя гарантированно угадает Клетку Васи?

*Вариантов 64. Информации 2^N
Алгоритм: каждый раз берем половину от прошлой области*

3 В 10 сундуках лежат монеты. В девяти лежат настоящие (весом 10 г), а в одном фальшивые (весом 11 г). Как с помощью одного взвешивания на весах со стрелкой найти сундук с фальшивыми монетами? (Весы со стрелкой показывают, на сколько тяжёлая чаша весов тяжелее лёгкой).

*Поскольку весы могут показать все, то информации тут бесконечно.
Алгоритм: из первого сундука 1 монета, из второго 2, и т.п. Все кладем на левую чашу весов и узнаем вес. Последняя цифра веса - номер сундука.*

4 Есть четыре монеты, одна из них фальшивая (но нам неизвестно, легче она или тяжелее, чем настоящие). Как выяснить, какая монета фальшивая? Обойдетесь как можно меньшим количеством взвешиваний.

Вариантов 4 (не 8, потому что нас не просят понять в какую сторону монета фальшивая). Информации за 2 взвешивания будет 9. Алгоритм: взвесим 1 со 2, а 2 с 3. Если было равенство, то участвовавшие монеты настоящие.

5 Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз и ведущий знает где он находится. Никита может послать ведущему пачку записок с вопросами, на которые можно ответить только "да" или "нет". Ведущий перемешивает записки в пачке и не оглашая вопросов честно отвечает на них. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать где находится

приз?

Вариантов 100. Информации за N записок $N + 1$, потому что мы не знаем порядка. Значит 99 записок.

Алгоритм: записки с вопросом "твое число больше 1, 2, ..., 99". Количество ответов да+1 равно числу.

6 У нас есть n монет, одна из которых фальшивая и весит легче остальных. Также у нас есть неуверенные двухчашечные весы, которые показывают, на какой из чаш груз не тяжелее, чем на другой (в случае равенства грузов весы могут показать любую из чаш). За какое наименьшее количество взвешиваний на неуверенных весах можно гарантированно определить фальшивую монету?

Вариантов n , информации 2^N . Алгоритм: Каждый раз делим полностью пополам, и новые варианты — те что были легче + одна оставшаяся монета.

7 Было 9 гирь массами 1г, 2г, .. 9г, причём гиря большей массы имеет больший размер. Одна из гирь потерялась. Как за два взвешивания на чашечных весах выяснить, какая именно гиря потерялась.

Вариантов 9, информации 9. Надо сделать алгоритм.

Упорядочим гири и назовем их 1, 2, ... 8. Первое взвешивание например $3+8 = 2+4+5$ (равенство если потеряны 3, 5 или 9, больше при 6 7 8, меньше при 1 2 4. Второе взвешивание как-то доделывается

8 Есть 9 внешне неразличимых шаров, из них 4 из золота, 5 — из меди. Эксперт знает, какие шары золотые. Но он может только лишь отвечать “да” или “нет” на ваши вопросы. За какое минимальное число вопросов можно узнать все золотые шары?

Вариантов $C_4^9 = 126$. Информации 2^N , значит 7 вопросов.

Алгоритм: Выписываем все варианты, делим пополам и спрашиваем - это правильный?

9 Среди 29 разложенных в ряд монет имеется 3 фальшивые, причем известно, что они лежат подряд. Настоящие монеты имеют стандартный вес, а фальшивые — какой попало, но легче настоящей. За три взвешивания на чашечных весах выявите все три фальшивые монеты.

Вариантов 27, информации 27.

Алгоритм. Первое взвешивание 1-9 сравниваем с 21-29. Информация ровно по 9 разделится. Второе и третье аналогично.

10 У Ярослава есть 2022 камня. За 1 вопрос вы можете узнать у Пети сумму масс 2 камней. За какое наименьшее количество вопросов вы сможете гарантированно найти массы всех камней?

Это задача про граф. Когда мы спрашиваем, мы проводим ребро.

Оценка. Мы можем найти веса, если у нас есть из ребер цикл нечетной длины (иначе граф двудольный, и можно к черным +1 а из белых -1). Тогда, надо надо минимум 2022 ребра (2021 для связности и ребро для цикла). Пример понятен из оценки

11 Дед мороз со Снегурочкой собираются показать такой фокус. Эльф пишет на доске последовательность из N цифр. Снегурочка закрывает одну цифру черным кружком. Затем входит Дед мороз. Его задача — отгадать закрытую цифру. При каком наименьшем N Дед мороз может договориться со снегурочкой так, чтобы фокус гарантированно удался? (Магией пользоваться запрещено!)

Информация — то что увидел дед мороз. Он увидел строку из $N - 1$ цифры и еще 1 из N мест, то есть $N \cdot 10^{N-1}$. А варианты — то что видит снегурочка. Она видит 10^N вариантов (поскольку варианты — то что пишет эльф, а вовсе не то, что закрывает снегурочка, потому что она не определяет, какое число закрыть, а определяет только позицию). То есть $N \geq 10$.

Алгоритм: Считаем сумму цифр, снегурочка закрывает место, равно последней цифре суммы.

12★ Неторопливая девочка Соня загадала натуральное число от 1 до 21. Ей можно задавать вопросы вида «Твое число больше X ?». Проблема в том, что Соня отвечает на очередной вопрос только после того, как ей задали следующий (в частности, ответ на последний вопрос вы не получите никогда). Как за семь вопросов узнать число?