

Математический кружок 6 класса в школе 1543.
Зайчики. Связные и несвязные графы.

Определение: Граф называется **связным**, если в нём между любыми двумя вершинами существует путь, проходящий по рёбрам графа.

Если граф не связан, то в нём можно выделить **компоненты связности**, то есть «куски», являющиеся связными графами.

Вступление

1 На плоскости нарисованы вершины графа, пронумерованные числами от 2 до 30. При этом две вершины с номерами a и b соединены ребром только в том случае, если одно из чисел a или b делится на другое. Сколько компонент связности имеет этот граф?

2 Как соединить 50 городов наименьшим числом авиалиний так, чтобы из каждого города можно было попасть в любой, сделав не более двух пересадок?

А теперь сами

1 В стране Семерка 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее, чем с семью другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).

2 В стране любые два города соединены или железной дорогой, или авиалинией. Доказать, что один из видов транспорта позволяет добраться из любого города в любой.

3 Степень каждой вершины связного графа не менее 100. Одно ребро выкинули. Может ли получиться несвязный граф?

4 На конференции присутствуют 50 ученых, каждый из которых знаком по крайней мере с 25 участниками конференции. Докажите, что найдутся четверо из них, которых можно усадить за круглый стол так, чтобы каждый сидел рядом со знакомыми ему людьми.

5 В одной стране некоторые города связаны друг с другом авиалиниями. Из Москвы выходит 25 авиалиний, из города Ижевск — одна, из всех остальных городов — по 10 линий. Докажите, что из столицы можно добраться до Дальнего (возможно, с пересадками).

6 В стране из каждого города выходит 100 дорог и от любого города можно добраться до любого другого. Одну дорогу закрыли на ремонт. Докажите, что и теперь от любого города можно добраться до любого другого.

7 В Метрополисе 12 станций метро, соединённых 56 перегонами (две станции соединяются не более чем одним перегоном). Докажите, что метрополитен связан.

8 В стране 15 городов, некоторые из них соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если любая из авиакомпаний прекратит полёты, можно будет добраться из любого города в любой другой (возможно, с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?

Математический кружок 6 класса в школе 1543.
Зайчики. Связные и несвязные графы.

Определение: Граф называется **связным**, если в нём между любыми двумя вершинами существует путь, проходящий по рёбрам графа.

Если граф не связан, то в нём можно выделить **компоненты связности**, то есть «куски», являющиеся связными графами.

Вступление

1 На плоскости нарисованы вершины графа, пронумерованные числами от 2 до 30. При этом две вершины с номерами a и b соединены ребром только в том случае, если одно из чисел a или b делится на другое. Сколько компонент связности имеет этот граф?

2 Как соединить 50 городов наименьшим числом авиалиний так, чтобы из каждого города можно было попасть в любой, сделав не более двух пересадок?

А теперь сами

1 В стране Семерка 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее, чем с семью другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).

2 В стране любые два города соединены или железной дорогой, или авиалинией. Доказать, что один из видов транспорта позволяет добраться из любого города в любой.

3 Степень каждой вершины связного графа не менее 100. Одно ребро выкинули. Может ли получиться несвязный граф?

4 На конференции присутствуют 50 ученых, каждый из которых знаком по крайней мере с 25 участниками конференции. Докажите, что найдутся четверо из них, которых можно усадить за круглый стол так, чтобы каждый сидел рядом со знакомыми ему людьми.

5 В одной стране некоторые города связаны друг с другом авиалиниями. Из Москвы выходит 25 авиалиний, из города Ижевск — одна, из всех остальных городов — по 10 линий. Докажите, что из столицы можно добраться до Дальнего (возможно, с пересадками).

6 В стране из каждого города выходит 100 дорог и от любого города можно добраться до любого другого. Одну дорогу закрыли на ремонт. Докажите, что и теперь от любого города можно добраться до любого другого.

7 В Метрополисе 12 станций метро, соединённых 56 перегонами (две станции соединяются не более чем одним перегоном). Докажите, что метрополитен связан.

8 В стране 15 городов, некоторые из них соединены авиалиниями, принадлежащими трем авиакомпаниям. Известно, что даже если любая из авиакомпаний прекратит полёты, можно будет добраться из любого города в любой другой (возможно, с пересадками), пользуясь рейсами оставшихся двух компаний. Какое наименьшее количество авиалиний может быть в стране?