

Кролики. Графы 2

Снег падал, падал и упал,
На юг деревья улетели...

Игорь Иртеньев

Вступление

1 Вершина оказалась на слое i при подвешивании графа. Какой длины может быть минимальный путь от корневой вершины до данной?

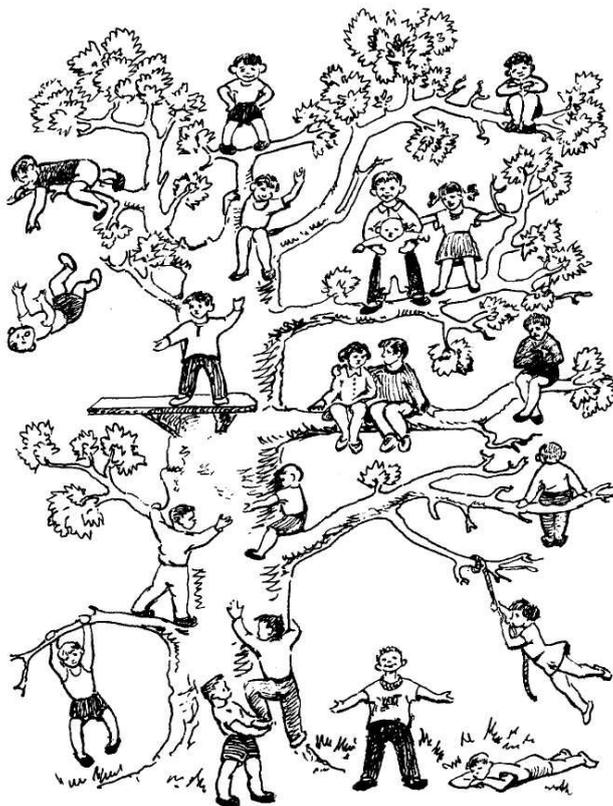
2 В какие слои могут вести рёбра из вершины на слое i в подвешенном графе?

3 В стране Фалкерсонии некоторые города соединены авиалиниями, причем из города A в город B нельзя попасть, сделав менее десяти пересадок. Докажите, что все авиалинии можно распродать 11 авиакомпаниям таким образом, что любой маршрут из A в B будет проходить по линиям, принадлежащим всем 11 компаниям.

4 В графе нет циклов. Как он будет выглядеть, если повесить его за вершину?

5 Докажите, что если в графе нет циклов, то в нём найдётся **a** вершина степени 1 **b** две вершины степени 1.

6 Докажите, что если в графе нет циклов, то при удалении любого ребра он распадётся на два графа.



Кролики. Графы 2. Добавка.

Будем называть *деревом* связный граф без циклов

7 Нарисуйте какой-нибудь связный граф без циклов с числом вершин 7. Сколько в нём вершин и сколько рёбер? Подвесьте его за какую-нибудь вершину.

8 Найдите, как соотносятся число вершин и число рёбер в связном графе без циклов. (Для этого стоит попробовать сопоставить почти всем вершинам какое-то ребро в подвешенном дереве).

9 **а** На доске нарисовали какой-то связный граф. Докажите, что в нём можно стереть несколько рёбер так, чтобы получилось дерево.

б Докажите, что в связном графе с n вершинами не меньше $n - 1$ ребра.

10 Докажите, что вершины графа, все циклы которого имеют четную длину, можно покрасить в два цвета так, чтобы вершины, соединённые ребром, были разного цвета.

11 Из веревочек связали сетку в виде прямоугольника 7×10 . Какое максимальное число разрезов можно сделать, чтобы сетка не распалась на куски?

