

Инварианты. Кролики.

- Сколько Вам лет?
 - Двадцать.
 - Но пять лет назад вы говорили тоже самое...
 - Я не из тех, кто говорит сегодня одно, а завтра другое...
-

Вступление

1 Кузнечик прыгает по прямой, каждый раз на 1 см вправо или влево. Может ли он через 2023 прыжка оказаться там, где начинал?

2 На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

А теперь сами

1 Аня нарисовала на доске семь котиков. Потом в аудиторию пришли 15 школьников. Каждый из них или стёр одного котика, или дорисовал нового. Могло ли в конце остаться три котика?

2 Сто фишек пронумеровали и выложили в ряд: 1, 2, 3, ..., 100. Петя за один ход может поменять местами две фишки, стоящие через одну. Может ли он за несколько ходов переставить все фишки в обратном порядке?

3 На шахматной доске стоит фигура «попрыгунчик», которая каждым ходом сдвигается на три клетки по вертикали и одну по горизонтали, или на три по горизонтали и одну по вертикали. Может ли «попрыгунчик», сделав несколько ходов, попасть в клетку, соседнюю исходной по стороне?

4 У Ильи есть табличка 3×3 , заполненная числами от 1 до 9 так, как в таблице слева. За один ход Илья может поменять местами любые две строчки или любые два столбца. Может ли он за несколько ходов получить таблицу справа?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	4	7
2	5	8
3	6	9

Инварианты. Кролики. Добавка.

5 На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешается к любым двум из них прибавлять по 1. Можно ли, проделав это несколько раз, сделать эти числа равными?

6 В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы, причем этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЫУУ имеют одинаковый смысл?

7 На чудо-дереве растут 1543 башмака и 1543 валенка. За один раз разрешается сорвать с него два ботинка. Если сорвать два башмака или два валенка, то вырастет один валенок, а если сорвать один башмак и один валенок, то вырастет один башмак. В итоге остался один ботинок. Какой он?

8 Дана покрашенная шахматной раскраской доска 8×8 . Разрешается перекрашивать в другой цвет сразу все клетки какой-либо горизонтали или вертикали. Может ли при этом получиться доска, у которой ровно одна черная клетка?

9 На шести ёлках сидят шесть чижей, на каждой ёлке – по чижу. Ёлки растут в ряд с интервалами в 10 метров. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении. Могут ли все чижи усесться на одной ёлке?

