

Чередование. Кролики.

Жизнь как зебра — белые полосы
чередуются с чёрными

Вступление

1 По кругу расположены 9 шестерёнок так, что первая шестерёнка сцеплена со второй, вторая — с третьей, ..., восьмая — с девятой, девятая — с первой. Будет ли крутиться получившаяся конструкция?

2 По кругу расставлены 99 натуральных чисел. Известно, что каждые два соседних числа отличаются или на 1, или на 2. Докажите, что хотя бы одно из этих чисел делится на 3.

А теперь сами!

1 Барон Мюнхгаузен, вернувшись домой из кругосветного путешествия, рассказывает, что по пути он пересёк границу Трапезундии ровно 7 раз. Стоит ли доверять его словам?

2 Незнайка сказал, что выписал 99 натуральных чисел по кругу так, что каждые два соседних числа отличаются или на 3, или на 5. Не ошибся ли он?

3 По кругу сидят 100 человек, каждый из которых либо рыцарь (который всегда говорит правду), либо лжец (который всегда лжёт). Каждый сказал: «Мои соседи — рыцарь и лжец». Сколько рыцарей за столом?

4 В ряд записано 2021 число, сумма любых трёх стоящих подряд чисел равна 100. Первое число равно 15, последнее равно 43. Какое число стоит ровно посередине?

5 По кругу записано больше трёх натуральных чисел, сумма которых равна 1543. Известно, что суммы любых трёх последовательных чисел равны между собой. Какие числа могут быть написаны по кругу?

6 Улитка ползает по плоскости с постоянной скоростью, поворачивая на 90° каждые полчаса. Докажите, что она вернется в начальную точку через **a** целое число часов; **b** чётное число часов.

7 17 девочек и 17 мальчиков встали в хоровод. Докажите, что у кого-то с обеих сторон стоят девочки.

8 На кольцевой дороге установили 2022 светофора. Каждую минуту они одновременно меняют цвет по следующему правилу: если у светофора оба соседа (справа и слева) были одного цвета, то он загорается тем же цветом. А если соседи были разного цвета, то светофор между ними загорается третьим цветом. Вначале один светофор горел красным, а остальные — зелёным. Возникнет ли в какой-то момент ситуация, когда все светофоры горят одним цветом?