

## Процессы — постепенное конструирование. Кролики.

### Вступление

1 Представьте число 1 в виде суммы  а трех  б четырех  в десяти различных дробей с числителем 1.

2 В строке в беспорядке записаны числа  $1, 2, \dots, 100$ . Разрешается менять местами любые два рядом стоящих числа. Докажите, что можно расставить числа по возрастанию.

### А теперь сами!

1 Дан алгоритм: от прямоугольника с неравными сторонами отрезают квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника; если оставшаяся часть не квадрат, процесс повторяют. Докажите, что есть прямоугольник, для которого алгоритм закончит работу ровно после 100-го отрезания, причем все отрезанные квадраты будут разного размера (оставшаяся часть не в счет)?

2 В строке в беспорядке записаны числа  $1, 2, \dots, 100$ . Разрешается менять местами любые два числа, отличающиеся на 1 (например, 7 и 8), где бы они не стояли. Докажите, что можно расставить числа по возрастанию.

3 Как построить строку из 100 натуральных чисел, где каждое число при делении на любое из предыдущих даёт в остатке 1?

4 Как отметить на окружности 100500 точек так, чтобы все попарные расстояния между ними были различны?

5 Докажите, что любой треугольник можно разрезать на 101 меньший треугольник так, чтобы у них не было параллельных сторон, кроме тех, по которым треугольники примыкают друг к другу.

6 Играют двое. Первый выписывает в строку слева направо 19-значное число из цифр 1 и 2. После выписывания Первым очередной цифры Второй, если хочет, меняет между собой какие-то две цифры из уже написанного ряда. Всегда ли Второй может добиться того, чтобы итоговое число читалось одинаково слева направо и справа налево?

7 Маляр может за один ход перейти на соседнюю по стороне клетку шахматной доски, после этого он должен перекрасить ее в противоположный цвет. Маляр ставится на угловую клетку доски, где все клетки белые. Докажите, что он может покрасить доску в шахматном порядке.

8 Первоклассник Сёма пока умеет писать только цифры 1 и 7. Докажите, что для любого  $n > 29$  он может написать кратное 7 число с суммой цифр  $n$ .