

## Вспоминаем игры. Кролики.

### Вступление

**1**      **а** Есть две кучки по 10 конфет. За ход можно взять 1, 2 или 3 конфеты из одной кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого есть выигрышная стратегия: у первого или у второго?

**б** А если в первой кучке 13 конфет, а во второй — 10?

Позиция называется **выигрышной**, если игрок, делающий ход из этой позиции, может затем обеспечить себе выигрыш. В противном случае позиция называется **проигрышной**.

Позиции расставляются с конца по следующим правилам:

- позиция, из которой нельзя сделать ход, — выигрышная или проигрышная в зависимости от условия;

- если из позиции  $X$  можно попасть в проигрышную, то позиция  $X$  — выигрышная;

- если все ходы из позиции  $X$  ведут в выигрышные, то позиция  $X$  — проигрышная.

Победу может обеспечить себе первый игрок, если начальная позиция — выигрышная, и второй, если она проигрышная. Выигрышная стратегия — ходить на проигрышные позиции.

**2**      **а** Вначале в левом нижнем углу шахматной доски стоит ладья. Её за ход сдвигают вправо или вверх на любое число клеток. Проигрывает тот, кто не сможет ходить. Кто победит при правильной игре?

**б** А если тот, кому некуда ходить, выигрывает, то кто победит?

### А теперь сами!

**1** (*Симметрии*)      **а** трёх;      **б** четырех кучках лежат конфеты, по 50 конфет в каждой. За ход разрешается взять произвольное количество конфет, но только из одной кучки. Побеждает тот, кто возьмет последнюю конфету. Кто из игроков может выиграть независимо от ходов противника?

**2** (*Позиции*)      **а** На доске написано число 40. Два игрока по очереди отнимают любое число от 1 до 4 от числа на доске и записывают вместо него разность. Выигрывает игрок, который первый запишет на доске число 0. Кто победит при правильной игре?

**б** Кто выигрывает, если начать с числа 43?

**3** (*Позиции*)      **а** В левом нижнем углу доски  $5 \times 5$  стоит хромой король, который за один ход может сдвинуться на одну клетку вправо, на одну клетку вверх или на одну клетку по диагонали вправо-вверх. Игроки ходят по очереди, Кто не может сделать ход — проиграл. У кого есть выигрышная стратегия?

**б** А если тот, кто не может сделать ход, выигрывает?

**4** (*Симметрия*)      **а** В каждой клетке доски  $8 \times 8$  стоит шашка. За ход разрешается снять с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. У кого есть выигрышная стратегия?

**б** А в случае доски  $9 \times 9$ ?

Математический кружок 6 класса в школе 1543.  
Вспомогательные игры, добавка. Кролики.

5 (Позиции) Вначале на доске написано число 2023. Каждым ходом из написанного числа нужно вычесть любую его ненулевую цифру. Выиграет тот, кто получит 0. Кто выигрывает при правильной игре?

6 (Симметрии) а) Вершины правильного 18-угольника закрашены чёрной и белой краской через одну. Двое играют в следующую игру. Каждый по очереди проводит отрезок, соединяющий вершины одинакового цвета. Эти отрезки не должны иметь общих точек (даже концов) с проведенными ранее. Побеждает тот, кто сделал последний ход. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий игру или его партнер?

б) Тот же вопрос для 20-угольника.

7 (Симметрии) Придя в школу, Коля и Алиса обнаружили на доске надпись: «Я УМЕЮ ИГРАТЬ НА ГИТАРЕ». Они договорились сыграть в следующую игру: за один ход в этой надписи разрешается стереть произвольное количество одинаковых букв, а выигрывает тот, кто стирает последнюю букву. Первым ходил Коля и стёр одну букву «А». У кого из игроков есть победная стратегия?

8 (Позиции) Игра начинается с числа 60. За ход разрешается уменьшить имеющееся число на любой из его делителей. Проигрывает тот, кто получит ноль. Кто победит при правильной игре?

