

Кролики. Делимость-2.

- Натуральное число делится на 2 (на 5) тогда и только тогда, когда на 2 (соответственно, на 5) делится его последняя цифра.
- Натуральное число делится на 4 тогда и только тогда, когда на 4 делится число, образованное его последними двумя цифрами.
- Натуральное число делится на 3 (на 9) тогда и только тогда, когда на 3 (соответственно, на 9) делится сумма его цифр.
- Натуральное число делится на 11, если сумма его цифр, стоящих на нечётных местах, минус сумма цифр, стоящих на чётных местах, делится на 11.

0 Доказательство всех признаков делимости.

1 Верно ли, что если число одновременно делится на 4 и на 6, то оно делится и на 24?

2 Замените звездочки в записи числа $72*4*$ цифрами так, чтобы это число делилось на 45.

3 Делятся ли на 11 числа **a** 2250459156; **b** 981290131?

4 Верно ли, что число делится на 27 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 27?

5 Не вычисляя произведения $2022 \cdot 15 \cdot 77$, определите, делится ли оно на 2, 3, 9, 35, 80, 6066.

6 Докажите, что произведение любых трёх подряд идущих чисел делится на 6.

7 Докажите, что произведение любых пяти последовательных чисел делится **a** на 30; **b** на 120.

8 Дети ходили в лес за орехами и теперь, возвращаясь домой, идут парами. В каждой паре идут мальчик и девочка, причем у мальчика орехов в 2 раза больше, чем у девочки. Может ли всего у детей быть 100 орехов?

Кролики. Делимость-2. Добавка.

9 Алина, Оля и Наташа решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает 4 конфеты, решившая второй - две, а решившая третьей - одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причём одновременных решений не было. Докажите, что они ошибаются.

10 В стране Цифра есть 2022 города с названиями $1, 2, 3, 4, 5, \dots, 2022$. Путешественник обнаружил, что два города соединены односторонней авиалинией в том и только в том случае, если число, составленное из чисел-названий этих городов, делится на 3. (Например, число, составленное из названий городов 13 и 1364, равно 131364. Оно делится на 3 ($131364 : 3 = 43788$), поэтому из города 13 в город 1364 ведёт авиалиния.) Можно ли добраться из города 1 в город 2022?

11 Является ли число 12345678926 квадратом какого-то другого числа?

12 Дома у Олега есть сейф, но кода он не знает. Бабушка рассказала Олегу, что код состоит из 7 цифр — двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А бабушка — что код делится и на 3, и на 4. Сможет ли Олег с первой попытки открыть сейф?

13 Известно, что $25! = 155112100433309 * 5984000000$. Какую цифру заменили звёздочкой?

14 Число a в три раза больше суммы своих цифр. Докажите, что число a делится на 27. Обязательно ли оно делится на 81?