

Математический кружок 6 класса в школе 1543.
Комбинаторика-3. Синие.

Как я люблю сочетание приятного с бесполезным.

Н. В. Богословский

-2 Вычислите явно **a** C_5^3 **b** C_{10}^7 **c** $C_7^0 + C_7^1 + C_7^2$

-1 Для каждого из предыдущих пунктов придумайте комбинаторную задачу, в которой был бы соответствующий ответ

0 Улитка сидит в нижнем левом углу прямоугольника 7×9 (не в клетке, а в узле сетки). Она может ползать только вправо и вверх и только по линиям сетки. Сколькими способами она может добраться из левого нижнего угла в правый верхний?

Ниже нарисован треугольник Паскаля, который строится следующим образом: каждое число равно сумме двух вышестоящих, крайние числа в строках всегда равны 1.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|---|--|--|
| | | | | 1 | | | | | | | | |
| | | | | 1 | | 1 | | | | | | |
| | | | 1 | 2 | 1 | | | | | | | |
| | | 1 | 3 | 3 | 1 | | | | | | | |
| | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | | | | | | |
| 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | | | | | | | |
| 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 | | | | | | |
| 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 | | | | | |
| 1 | 8 | 28 | 56 | 70 | 56 | 28 | 8 | 1 | | | | |
| 1 | 9 | 36 | 84 | 126 | 126 | 84 | 36 | 9 | 1 | | | |
| 1 | 10 | 45 | 120 | 210 | 252 | 210 | 120 | 45 | 10 | 1 | | |

Строчки треугольника Паскаля принято нумеровать с нуля, и числа в каждой строке также нумеруются, начиная с нуля. (Например, вторым числом в четвёртой строке является 6.)

1 Встречается ли в треугольнике Паскаля число 1999?

2 Чему равна сумма всех чисел в n -ой строке треугольника? (Попробуйте найти закономерность, посчитав сумму для первых строк, а затем докажете её.)

3 Докажите, что в любой строке треугольника Паскаля (кроме нулевой) сумма чисел на чётных местах равна сумме чисел на нечётных местах.

4 Попробуйте взять любую диагональ треугольника Паскаля начинающуюся с какой-то крайней 1, и идущую до произвольного числа (например 1, 3, 6, 10). Чему равна сумма чисел в этой диагонали?

5 Кузнечик прыгает по треугольнику Паскаля. Он умеет делать прыжки вниз-влево и вниз-вправо на соседнее число. Чему равно число различных путей кузнечика, ведущих из вершины в i -тый элемент n -той строки?

6 Докажите, что в треугольнике Паскаля в строке n на месте k стоит C_n^k .

7★ Сложите сумму квадратов в любой строке треугольника Паскаля. Что получилось? Докажите полученную закономерность.

