

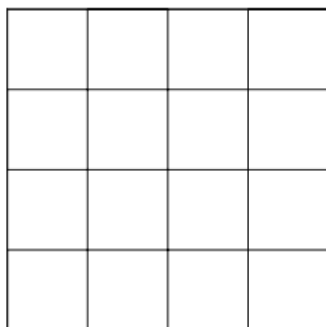
Числа сочетаний. Кенгурята.

— Он ведь тоже мучается, он, значит, наш, правда ведь?

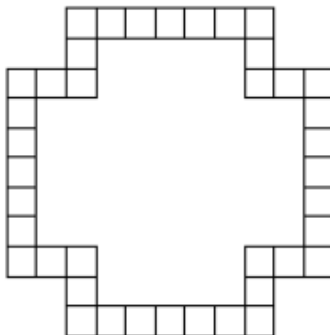
Платонов. Котлован

Разминка

1 Сколько квадратов вы видите на этом рисунке?



2 Разрежьте рамку на 16 равных частей.



Обозначим за C_n^k число способов выбрать из n объектов (людей, позиций) какие-то k .

В конце листка мы, конечно, выведем его явную формулу, но пользоваться ей для решения задач листка нельзя. Можете считать, что C_n^k — это некоторая константа, которая неизвестна вам, но известна принимающему.

Например, ваш ответ может быть $C_4^2 + 2 \cdot C_5^3$

1 На плоскости отметили 10 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой.

a Сколько существует отрезков с концами в отмеченных точках?

b Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

2 Рота состоит из трёх офицеров, шести сержантов и 60 рядовых. Сколькими способами можно выделить из них отряд, состоящий из офицера, двух сержантов и 20 рядовых?

3 Слово состоит из n букв A и k букв B . Сколько различных слов можно составить, переставляя буквы в этом слове?

4 Улитка сидит в нижнем левом углу прямоугольника 7×9 (не в клетке, а в узле сетки). Она может ползать только вправо и вверх и только по линиям сетки. Сколькими способами она может добраться из левого нижнего угла в правый верхний?

5 Докажите, что

a $C_{n+m}^n = C_{n+m}^m$

b $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$

c $C_n^{m-1} + C_n^m = C_{n+1}^m$

6 Сколько решений имеет ребус

a $\Theta < K < Z < E < M < П < Л < Я < P$

b $П < Я < T < \ddot{E} < P < K < A$

где разными буквами обозначены разные цифры?

7 Сколькими способами можно выбрать из полной колоды (52 карты) 10 карт так, чтобы

a среди них был ровно один туз?

b среди них был хотя бы один туз?

8 Выведите явную формулу для чисел сочетаний.

9★ В выпуклом n -угольнике провели все диагонали. Оказалось, что никакие три из них не проходят через одну точку. Найдите число точек пересечения диагоналей (не считая вершин).