

Синие живые. 2022  
Повешивание графа

Неформально определим, что такое "разбитый граф за вершину". Выберем вершину "А" и назовем её "корень". На второй слой определим вершины, связанные с А ребрами. На второй слой — вершины, которых нет выше и соединены ребрами с вершинами 2 слоя. И так же.



1. Докажите, что при повешивании ДЕРЕВА ребрами ~~соединены~~ соединены только вершины из соседних слоев.

2. Оказалось, что при повешивании графа НЕГ ребер, идущих внутри одного слоя (например, нет ребер, соединяющих две вершины слоя 2).

1) Докажите, что граф 2-раскрашиваемый

2) Докажите, что в таком графе не будет нечетных циклов

3. При любом повешивании графа, число слоев равно 2. Докажите, что граф полон.

4. В стране ~~есть~~ некоторые города соединены прямыми линиями. Пусть любая маршрута из А в В состоит минимум из 10 пересадок.

Докажите, что можно разбить маршруты на авиаконтакты так, чтобы для любого пути из А в В путешественник мог лететь на каждой из авиаконтактов.

5. В классе 30 человек. Один из них Вася.  
Каждый из друзей Васи имеет ровно 5 друзей  
Васи друзей. Докажите, что в классе есть ученик с  
нечётным числом друзей.

6. В стране 2018 городов и из каждого выходит не менее  
93 дорог. Известно, что граф связный. Докажите,  
что из любого города в любой момент можно добраться не более чем с  
62 пересадками.

7. 100 ~~Государств~~ <sup>Города</sup> ~~Государств~~. Из каждого <sup>Города</sup> выходит не более 10 дорог.

В каждом Государстве есть город, из которого дороги выходят  
только в города этого Государства. Докажите, что  
есть 33 города, между которыми нет пути  
не более чем с двумя пересадками.