

Математический кружок 6 класса в школе 1543

Вспоминаем молодость. Кенгурята.

Попрыгунья Стрекоза
Лето красное пропела;
Оглянуться не успела,
Как кружок уж начался.

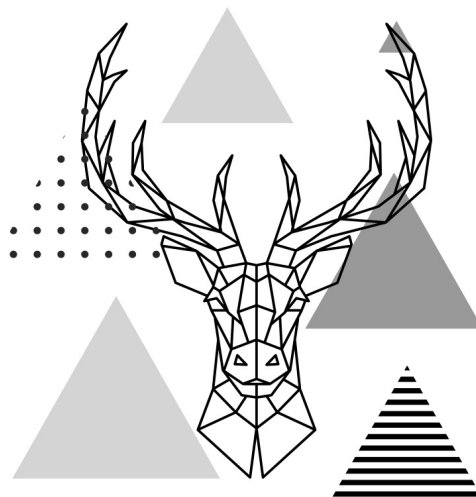
1 У Вани есть четыре числа: 1, 5, 4, 3. За один ход Олег разрешает прибавить 1 к любым двум из этих чисел. Если Ваня получит четыре одинаковых числа, то его зарплата увеличится вдвое, а если не справится — то уйдёт ни с чем. Игнат же заплатит обычную зарплату в любом случае. В какой группе Ване будет экономически выгоднее принимать задачи?

2 Для сплочения коллектива было решено связать зелёную и синюю группу. Каждого человека из синей группы привязали к четырём людям из зелёной группы, а каждого из зелёной — к трём из синей. Сколько народу пришло в зелёную группу, если в синюю пришло 12 человек?

3 В некоторой области некоторые населенные пункты связаны друг с другом дорогами. Из Костромы выходит 25 дорог, от базы отдыха Алые Паруса — одна, а из всех остальных населенных пунктов — по 10 дорог. Докажите, что из Костромы можно добраться до Алых парусов (возможно, с пересадками).

4 Олег и Игнат гадают на ромашке, срывая по очереди либо один лепесток, либо два соседних лепестка. Кто не может сделать ход — проигрывает и идёт делать листок для следующего занятия кружка. У ромашки 1543 лепестка, начинает Олег. Кто в итоге пойдёт делать листок?

5 В каждой клетке доски 4×4 живет либо рыцарь, либо лжец. При этом каждый утверждает: «Среди моих соседей нечетное число лжецов». Соседями считаются жители клеток, имеющих общую сторону. Какое наибольшее количество лжецов может проживать на доске?



Вспоминаем молодость. Кенгурята. Добавка.

6 Дан полный граф на 20 вершинах. Найдите:

а Сколькими способами в нём можно выбрать три ребра, образующие треугольник?

б Сколькими способами можно выбрать три ребра, образующие путь (три подряд идущих ребра)?

7 По кругу написано 100 ненулевых чисел. Между каждыми двумя соседними числами написали их произведение, а прежние числа стерли. Количество положительных чисел не изменилось. Какое минимальное количество положительных чисел могло быть написано изначально?

8 Готовясь к занятию про паркет и замощения, Ваня вырезал из толстого картона 120 прямоугольников 1×3 клетки и сложил их в прямоугольную коробку 18×20 клеток. Перед занятием Петя подменил один из прямоугольников на уголок из трёх клеток. Влезут ли теперь все фигурки в Ванину коробку?

9 Вова изучает табличку, в которой рядом с именем каждого из 7 участников его группы написано число сданных им задач. Вова заметил, что все эти 7 чисел различны и в сумме дают 100. Докажите, что сумма каких-то трёх из этих чисел не меньше 50.

10 В таблице 4×4 вторая клетка в верхней строке покрашена в чёрный цвет. Остальные клетки белые. Разрешается одновременно перекрашивать в противоположный цвет все клетки любого столбца, любой строки или любой диагонали (в том числе угловой диагонали, состоящей из одной клетки). Можно ли такими перекрашиваниями сделать все клетки белыми?

Суперзадача

1 Шестиклассники разозлили Настю на занятии, и чтобы успокоиться, она кромсает лист бумаги ножницами. Сначала она разрезает по прямой прямоугольный лист. Потом она разрезает по прямой один из двух получившихся кусков, потом — один из трёх получившихся кусков и так далее. Когда в куче обрезков окажется хотя бы 43 куска с одинаковым числом вершин (обрезки с другим числом углов там тоже могут быть), Настя окончательно успокоится и пойдёт вести занятие дальше. Докажите, что рано или поздно занятие всё-таки продолжится.

			3			8	1	
			8		1			2
	9	8						7
	1	9		2	7		8	
7						3	2	
4	5	2	6	8				
	7					6		8
2			5	9				
						2	9	

