

*Математический кружок 5 класса в школе 1543.*  
**Зайчики. Подсчёт двумя способами**

Два человека едут в одном купе мимо ранчо.  
— О, какое большое стадо. 134632 овцы!  
— Поразительно! Вы знаете, я управляющий ранчо и у нас действительно столько овец. Но как вы угадали?  
— Я не угадал. Я посчитал. Зная мою систему подсчёта, это очень просто.  
— Вау! А научите меня?  
— Запоминайте: сначала считаете количество ног, потом делите его на четыре.

**Вступление.**

**1** Можно ли в прямоугольной таблице  $5 \times 10$  так расставить числа, чтобы сумма чисел в каждой строке равнялась бы 30, а сумма чисел в каждом столбце равнялась бы 10?

**2** На контрольной каждый из 20 школьников решил ровно 3 задачи, а каждую задачу решило ровно 5 человек. Сколько было задач?

**3** На острове 7 озёр, из каждого вытекает 3 реки и в каждое впадает 2 реки. (Реки впадают только в другое озеро или океан, а из океана ничего не вытекает). Сколько рек впадает в океан?

**Задачи для самостоятельного решения.**

**1** В конференции принимали участие 19 учёных. После конференции каждый учёный отправил 2 или 4 письма другим участникам. Могло ли случиться так, что каждый человек получил ровно 3 письма?

**2** **a** В прямоугольной таблице 8 столбцов, сумма в каждом столбце — по 10, а в каждой строке — по 20. Сколько в таблице строк?

**b** В таблицу  $5 \times 5$  записали числа 1, 2, 3, ..., 25 в каком-то порядке. Часть чисел покрасили в синий цвет, а остальные — в красный. Могло ли так получиться, что в каждой строке сумма синих чисел равна сумме красных?

**3** Рита, Люба и Варя решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает четыре конфеты, решившая второй — две, а решившая последней — одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причём одновременных решений не было. Они ошибаются. Как вы думаете, почему?

**4** Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырёх углов стопки. Может ли оказаться так, что

**a** в каждом углу стопки сумма равна 2020?

**b** в каждом углу стопки сумма равна 2021?

## Зайчики. Подсчёт двумя способами. Добавка.

5 а В строку записано 12 чисел, причём сумма любых трёх подряд идущих чисел равна 7, а сумма всех чисел равна 25. Могло ли такое быть?

б В строку записано 10 чисел, причём сумма чисел трех подряд идущих чисел равна 7, а сумма всех равна 25. Найдите седьмое число.

6 Можно ли в клетки таблицы  $10 \times 10$  вписать 0 и 1 так, чтобы в каждом квадрате  $2 \times 2$  и каждом квадрате  $3 \times 3$  стояло нечётное число единиц?

7 Можно ли расставить по кругу семь целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трёх расположенных подряд чисел была равна 1, каких-то трёх подряд расположенных — 2, ..., каких-то трёх подряд расположенных — 7?

8 В конкурсе пения участвовали Петух, Ворона и Кукушка. Каждый член жюри проголосовал за одного из трех исполнителей. Дятел подсчитал, что в жюри было 59 судей, причём за Петуха и Ворону было в сумме подано 15 голосов, за Ворону и Кукушку — 18 голосов, за Кукушку и Петуха — 20 голосов. Дятел считает плохо, но каждое из четырёх названных им чисел отличается от правильного не более чем на 13. Сколько судей проголосовали за Ворону?

9 По окончании конкурса бальных танцев, участники (в беспорядке, мальчики и девочки) назвали число своих выступлений: 3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6. Не ошибся ли кто-нибудь?

10 Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)

### Суперзадача

1 Можно ли в кружочках разместить различные натуральные числа таким образом, чтобы суммы трёх чисел вдоль каждого отрезка оказались равными?

