

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Зайчики. Принцип Дирихле

Но ведь, с точки зрения математики,
кролики — это не только ценный мех.

Вступление.

1 Восемь кроликов посадили в семь клеток. Докажите, что есть клетка, в которой оказалось по крайней мере два кролика.

2 В магазин привезли 25 мячиков трех цветов: красного, жёлтого или зелёного.

а Продавец утверждает, что у него нет девяти красных мячиков. Могло ли так случиться?

б Продавец утверждает, что у него нет девяти мячиков одного цвета. Не ошибся ли он?

3 В школе учатся 400 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них отмечают день рождения в один и тот же день.

Задачи для самостоятельного решения.

1 Мальчик раздал 49 апельсинов 8 друзьям. Докажите, что кому-то досталось по крайней мере 7 апельсинов.

2 В классе 30 учеников. В диктанте Вова сделал 13 ошибок, остальные меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну.

3 Сможете ли вы разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?

4 Занятия математического кружка проходят в девяти аудиториях. Среди прочих, на эти занятия приходят 19 учеников из одной и той же школы.

а Докажите, что всегда хотя бы в одной аудитории окажется не меньше трех таких школьников.

б Верно ли, что в какой-нибудь аудитории обязательно окажется ровно три таких школьника?

5 Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел 0, 1, 2 так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Докажите, что Буратино не сможет составить такой квадрат.



Зайчики. Принцип Дирихле. Добавка.

6 а На карьере добыли 31 камень. Их веса: 100 кг, 101 кг, 102 кг, ..., 130 кг. Можно ли увезти эти камни на шести машинах, грузоподъемность каждой из которых 600 кг?

б На карьере добыли 36 камней. Их веса: 490 кг, 495 кг, 500 кг, ..., 665 кг. Можно ли увезти эти камни на семи трёхтонных грузовиках?

7 На шахматной доске стоит 31 фишка. Докажите, что найдётся свободный уголок из трёх клеток.

8 По краю круглого стола расставлены таблички с фамилиями дипломатов, участвующих в переговорах о борьбе с мировым терроризмом. Оказалось, что дипломаты не посмотрели на таблички и **каждый** сел не на свое место. Всегда ли можно повернуть стол так, чтобы хотя бы два дипломата сидели против своих табличек?

9 Все узлы клетчатого квадрата со стороной 4 покрашены в два цвета. Докажите, что найдется прямоугольник с одноцветными вершинами.

10 В квадратном ковре со стороной 1 метр моль проела 24 дырки. Докажите, что из этого ковра всегда можно вырезать квадратный коврик со стороной 20 сантиметров, в котором дырок не будет.

Суперзадача

1 Первоклассник Ваня умеет писать только цифру 1. Сможет ли он написать число делящееся на 2021?

