

Зайчики. Разбиение на пары

«Каждой твари по паре!», — в гневе закричала учительница и открыла журнал.

Вступление.

- 1 Кого в России больше: женатых мужчин или замужних женщин?
- 2 На доске 2021×2021 расставлена 2021 шашка, причем их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.
- 3 Что можно выбрать из 10 человек большим числом способов:
 - a двоих дежурных или троих дежурных?
 - b двоих дежурных или команду из 8 человек?
- 4 Клетчатую доску 13×13 раскрасили в шахматном порядке. Левая нижняя клетка — белая. Каких клеток больше — белых или черных, и на сколько?

Задачи для самостоятельного решения.

- 1 Барон Мюнхаузен, вернувшись из кругосветного путешествия, рассказывает, что по пути он пересёк границу Трапезундии ровно 7 раз. Стоит ли доверять его словам?
- 2 В джунглях во время кругосветного путешествия на Мюнхаузена напали львы. Когда он проскочил мимо двух из них, они бросились на него, промахнулись и загрызли друг друга. Мюнхаузен повторял этот манёвр ещё раз и ещё, до тех пор, пока все они не загрызли друг друга. По словам Мюнхаузена всего было 97 львов. Правда ли это?
- 3 Можно ли нарисовать 19-звенную замкнутую ломаную, каждое звено которой пересекается ровно с одним из остальных звеньев?
- 4 На окружности отмечены 2021 синяя и одна красная точка. Рассматриваются всевозможные многоугольники с вершинами в этих точках. Каких многоугольников больше — тех, у которых есть красная вершина, или тех, у которых нет?
- 5 Кузнечик прыгает по прямой, каждый раз на 1 см вправо или влево. Докажите, что после 2021 прыжка он не может оказаться там, где начинал.

Зайчики. Разбиение на пары. Добавка.

6 На столе выложены в ряд 64 гири, причём масса двух любых соседних гирек отличается на 1 г. Требуется разложить гири на две кучки с равными массами и равным количеством гирь. Всегда ли это удастся?

7 Улитка ползёт по плоскости с постоянной скоростью, поворачивая на 90 градусов каждые 30 минут. Доказать, что она может вернуться в исходную точку только через а) целое б) чётное число часов.

8 За круглым столом сидят 30 человек — рыцари и лжецы (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). Известно, что у каждого из них за этим же столом есть ровно один друг, причём у рыцаря этот друг — лжец, а у лжеца этот друг — рыцарь (дружба всегда взаимна). На вопрос «Сидит ли рядом с вами ваш друг?» сидевшие через одного ответили «да». Сколько из остальных могли также ответить «да»?

9 В группе 12 школьников. Экскурсия состоится, если на неё захотят пойти хотя бы двое. Вожатого попросили составить все возможные списки школьников, идущих на экскурсию. Каких списков больше: с чётным или нечётным числом участников, и на сколько?

10 У Вовы есть сосиска, которую можно разрезать в n местах. Докажите, что количество способов разрезать эту сосиску на чётное число кусков равно количеству способов разрезать её на нечётное число кусков.

Суперзадача

1 Билеты нумеруются от 000000 до 999999. Номер называется счастливым, если сумма первых трёх цифр равна сумме последних трёх цифр. Докажите, что счастливых билетов столько же, сколько билетов с суммой цифр 27.

