

Математический кружок 5 класса в школе 1543.  
Лучший и худший случай. Зайчики.

Не бойся врагов — в худшем случае они могут тебя убить. Не бойся друзей — в худшем случае они могут тебя предать. Бойся худшего случая — он может не помочь решить задачу.

---

**Вступление.**

**1** Верблюд может нести не больше 22 кг золота. Разбойник хочет увезти на верблюде золото и выручить за него как можно больше денег. Как ему поступить, если

**a** у него есть золотой песок высшей пробы ценой 3 дирхама за кг, песок первой пробы ценой 2 дирхама за кг и песок второй пробы ценой 1 дирхам за кг, а также невесомый мешок, в котором золотой песок можно смешать в любом соотношении?

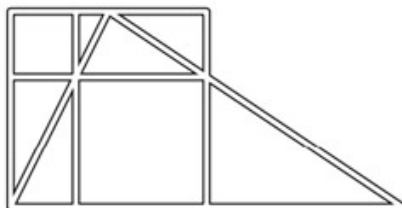
**b** у него есть слитки высшей пробы, которые весят по 5 кг и стоят по 60 дирхамов, слитки первой пробы — 4 кг и 47 дирхамов, и слитки второй пробы — 3 кг и 33 дирхама?

**Задачи для самостоятельного решения.**

**1** На доске написано число 999999. За одну операцию можно либо уменьшить одну из его цифр, больших единицы, на 1 и приписать в конец цифру 1, либо уменьшить одну из его цифр, больших тройки, на 3 и приписать в начало две цифры 1. Какое наибольшее число можно получить в результате таких операций?

**2** Вася выписал на доску несколько двузначных чисел. Петя пришёл и вместо каждого из написанных Васей чисел написал его квадрат. **a** Обязательно ли самая большая сумма цифр оказалась именно у квадрата самого большого числа Васи? **b** А если в записи Васиных чисел не было нулей?

**3** Начальник службы безопасности Совершенно Секретного Объекта (схема улиц которого изображена на рисунке) хочет расставить охранников на его улицах так, чтобы на каждой улице был хотя бы один охранник. Какое наименьшее число охранников необходимо?



**4** **a** В классе 23 человека, один из которых знает Большой Секрет. Любой человек, знающий секрет, может выбрать одну переменную и во время нее поделиться Большим Секретом или с двумя одноклассниками, или с четырьмя — но с условием, что три из них пообещают никому не рассказывать Секрет. Какого наименьшего количества переменных хватит, чтобы каждый узнал Секрет?

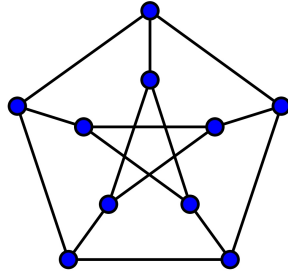
**b** Та же задача, но те, с кого взяли обещание молчать, могут продержаться только одну переменную, а потом все-таки идут и рассказывают Секрет. В параллели 61 ученик, за какое наименьшее количество переменных они все узнают Секрет?

**5** В социальной сети зарегистрировано несколько человек, у каждого из них есть хотя бы двое друзей. Под Новый год каждый из пользователей посчитал, сколько у него друзей, поделил пополам это число (если друзей нечетное число, то «лишние» 0.5 отбрасываются) и отправил каждому из своих друзей ровно такое число поздравлений. Обязательно ли пользователь, у которого больше всего друзей, получил больше всего поздравлений?

## Лучший и худший случай. Зайчики. Добавка.

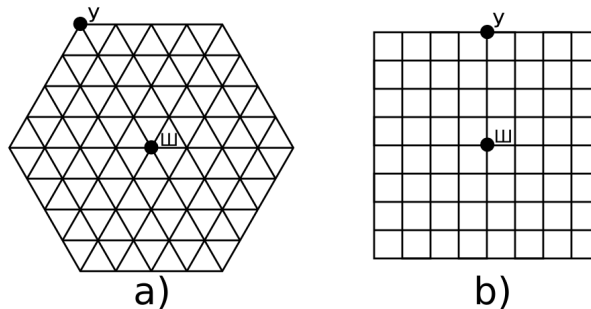
**6** В начале игры есть пустая клетчатая доска  $9 \times 9$ . Петя и Вася ходят по очереди, первым ходит Петя. За ход Петя ставит фишку в какую-то пустую клетку, а Вася — по фишке в какие-то две соседние по углу пустые клетки. Проигрывает тот, кто не может ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

**7** Петя хочет нарисовать разноцветными карандашами граф (см. рис.) так, чтобы рёбра, выходящие из одной вершины, были все разных цветов. Сколько разных карандашей ему понадобится?



**8** **a** Бассейн имеет вид шестиугольника со стороной 48 метров, разделённого линиями сетки на треугольники со стороной 12 метров (см. рис.). В центре бассейна находится школьник, не сделавший домашнее задание, а у одного из углов бассейна — злая учительница. Школьник плавает с максимальной скоростью 1 метр в секунду, причем только по линиям сетки, а по земле бежит быстрее учительницы. Учительница же плавать не умеет, зато бежит с максимальной скоростью 3 метра в секунду (при желании, оба могут перемещаться и медленнее своей максимальной скорости или же вообще стоять). Сможет ли школьник убежать?

**b** Та же задача, только бассейн — это квадрат  $96 \times 96$  метров, линии сетки делят его на 64 квадрата  $12 \times 12$  метров. Учительница начинает у середины стороны бассейна, и ее максимальная скорость — 4 метра в секунду (школьник по-прежнему плавает со скоростью 1 метр в секунду, а бежит быстрее учительницы). Сможет ли школьник убежать в этом случае?



**9** Некий организм представляет собой набор клеток и выглядит как бесконечный клетчатый лист. Однажды 9 его клеток, расположенных в форме квадрата  $3 \times 3$ , заболели. Каждый день с утра можно привить несколько здоровых клеток организма. А каждый вечер болезнь распространяется на все непривитые клетки, соседние с больными по стороне или по углу. Можно ли остановить распространение болезни, если за день можно делать

**a** 9 прививок;

**b** 6 прививок?

### Суперзадача

**1** Петя и Вася играют в следующую игру. Есть бесконечная полоска из клеточек. За один ход Петя ставит крестик в любую пустую клеточку, а Вася ставит нолики в любые 2020 пустых клеточек. Начинает Петя. Если в какой-то момент на полоске появилось три крестика, один из которых стоит ровно посередине между двумя другими, то Петя побеждает. Может ли Вася помешать Пете выиграть?