

Зайчики. Принцип крайнего.

- Какой крайний срок поставить?
 - Ставь 31-е.
 - 31-е? Нормально, вы успеете?
 - Успеем, конечно. Просто месяц не указывай.
-

Вступление

1 Несколько пятиклассников встали в круг. Оказалось, что у каждого пятиклассника хотя бы один сосед не ниже его. Могут ли все они быть разного роста?

2 На столе лежат одинаковые монеты без наложений.

a Докажите, что одну из них можно выдвинуть, не сдвигая остальных.

b Докажите, что есть монета, которая касается не более трёх других.

А теперь сами

1 Докажите, что в любой компании из пяти человек найдется двое, имеющих одинаковое число знакомых в этой компании.

2 Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50?

3 Шахматная доска разбита на доминошки 1×2 . Докажите, что найдётся пара доминошек, образующая квадрат 2×2 .

4 Можно ли нарисовать на плоскости несколько отрезков так, чтобы каждый отрезок своими концами упирался внутрь других отрезков?

5 **a** В таблице 10×10 записаны числа от 1 до 100. Аня выбрала в каждой строке наименьшее, а затем записала наибольшее из выбранных чисел. Боря выбрал в каждой строке наибольшее, а потом записал наименьшее из выбранных чисел. Чьё число в итоге больше?

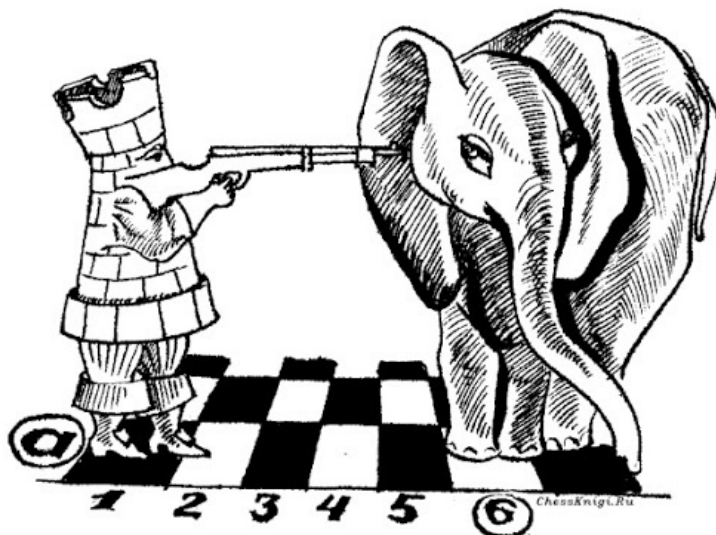
b В таблице 10×10 записаны числа от 1 до 100. Аня выбрала в каждой строке наименьшее, а затем записала наибольшее из выбранных чисел. Боря выбрал в каждом столбце наибольшее, а потом записал наименьшее из выбранных чисел. Чьё число в итоге больше?

6 Можно ли расставить на клетчатой плоскости

a несколько ладей так, чтобы каждая била хотя бы трёх других?

b несколько коней так, чтобы каждый бил хотя бы четырёх других?

c несколько коней так, чтобы каждый бил хотя бы пять других?



Зайчики. Принцип крайнего. Добавка.

7 25 астрономов на двадцати пяти разных планетах наблюдают друг за другом при помощи телескопов, причём каждый наблюдает за ближайшим к нему (все расстояния между планетами различны). Докажите, что

- a) есть две планеты, астрономы на которых наблюдают друг за другом;
- b) хотя бы за одним астрономом никто не наблюдает.

8 Семь грибников собрали вместе 100 грибов, причем никакие двое не собрали одинакового числа грибов. Докажите, что есть трое грибников, собравших вместе не менее 50 грибов.

9 Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске на одну клетку по вертикали или горизонтали. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?

10 В клетках доски 8×8 расставлены числа $1, 2, \dots, 64$. Докажите, что найдётся пара соседних по стороне клеток, числа в которых отличаются не менее чем на 5.

Суперзадача

1 В городе N с каждой станции метро на любую другую можно проехать. Доказать, что одну из станций можно закрыть на ремонт без права проезда через неё так, чтобы с любой из оставшихся станций можно было по-прежнему проехать на любую другую.

