

Зайчики. Игры, позиции

Это умный ход... С ума сойти, проиграть коври!

Алладин

Вступление.

Позиция называется выигрышной, если игрок, делающий ход из этой позиции, может затем обеспечить себе выигрыш. В противном случае позиция называется проигрышной.

Выигрышные и проигрышные позиции расставляются с конца по следующим правилам:

- позиция, из которой нельзя сделать ход, — выигрышная или проигрышная в зависимости от условия;
- если из позиции X можно попасть в проигрышную позицию, то позиция X — выигрышная;
- если все ходы из позиции X ведут в выигрышные позиции, то позиция X — проигрышная.

Победу может обеспечить себе первый игрок, если начальная позиция — выигрышная, и второй, если она проигрышная. Выигрышная стратегия — ходить на проигрышные позиции.

1 **a** В левом нижнем углу доски 5×5 стоит хромой король, который за один ход может сдвинуться или на одну клетку вправо, или на одну клетку по диагонали вправо-вверх. Игроки ходят по очереди, Кто не может сделать ход — проиграл. У кого есть выигрышная стратегия?

b А если хромой король может ходить ещё и на одну клетку вверх?

c Та же задача, что и в предыдущем пункте, но кто не может сделать ход — выиграл.

Задачи для самостоятельного решения.

1 **a** На доске написано число 0. Два игрока по очереди прибавляют любое число от 1 до 5 к числу на доске и записывают вместо него сумму. Выигрывает игрок, который первый запишет на доске число 30. Укажите выигрышную стратегию для второго игрока.

b Кто выигрывает, если нужно получить число 34?

2 В начале игры ферзь стоит в левом нижнем углу доски 6×8 . За ход его можно передвинуть на любое число полей вправо, вверх или по диагонали вправо-вверх. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто победит при правильной игре?

3 Из центра шахматной доски вырезан квадрат 2×2 . Ладью двигают вправо или вверх на любое число клеток, но прыгать через дырку она не может. Проигрывает тот, кому некуда ходить. Кто из игроков выигрывает при правильной игре при каждом начальном положении ладьи?

4 **a** Вначале в самой левой клетке полоски 1×100 стоит фишка. Её за ход сдвигают на одну или две клетки вправо. Проигрывает тот, кто не сможет ходить. Кто выигрывает при правильной игре?

b Теперь на концах клетчатой полоски 1×20 стоит по шашке. За ход разрешается сдвинуть любую шашку в направлении другой на 1 или 2 клетки. Перепрыгивать шашкой через шашку нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

5 Вначале на доске написано число 2021. Каждым ходом из написанного числа нужно вычесть любую его ненулевую цифру. Выиграет тот, кто получит 0. Кто выигрывает при правильной игре?

6 Однажды на волшебном дереве выросло 300 золотых монет. Кот Базилио и лиса Алиса договорились по очереди каждую ночь ходить к этому дереву и забирать не более половины имеющихся на нём монет. Если кто-то из них не может больше сорвать ни одной монеты, то отдаёт другому всё, что успел взять. Первой пошла Алиса. Кто останется в дураках?

7 Двое играют в такую игру. В начале по кругу стоят числа 1, 2, 3, 4. Каждым своим ходом первый прибавляет к двум соседним числам по 1, а второй меняет любые два соседних числа местами. Первый выигрывает, если все числа станут равными. Может ли второй ему помешать?

8 Двое по очереди выписывают на доску натуральные числа от 1 до 1000. Первым ходом первый игрок выписывает на доску число 1. Затем очередным ходом на доску можно выписать либо число $2a$, либо число $a + 1$, где a — какое-то число, уже написанное на доске. При этом запрещается повторно выписывать уже написанные числа. Выигрывает тот, кто выпишет на доску число 1000. Кто выигрывает при правильной игре?

Суперзадача

1 а Двое играют в такую игру: на столе лежат 7 монет по два фунта и 7 монет по одному фунту. За ход разрешается взять монет на сумму не более трех фунтов. Забравший последнюю монету выигрывает. Кто победит при правильной игре?

б Тот же вопрос, если и тех, и других монет по 12.