Математический кружок 5 класса в школе 1543.

Зайчики. Игры. Симметрии и повторения

> Чтобы выиграть, прежде всего нужно играть.
>
> Эйнштейн

Вступление.

Какие бывают симметрии? Давайте вспомним на примере задачи из старого листочка:

На доске 2021×2021 *расставлена 2021 шашка, причем их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.*

1 Двое по очереди ставят шахматных слонов в клетки доски 8×8 так, чтобы слоны не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может выиграть независимо от ходов противника, и как ему нужно для этого играть?

2 У ромашки 20 лепестков. Играют двое. За ход можно сорвать любые 2 рядом растущих лепестка. Проигрывает тот кто не может сделать ход. Кто из игроков может выиграть независимо от ходов противника?

3 a) Имеются две кучки, в обеих по 12 конфет. За один ход можно съесть любое ненулевое число конфет, но только из одной кучки. Выигрывает тот, кто съел последнюю конфету. Кто из игроков, первый или второй, может победить независимо от ходов противника?

b) Имеются две кучки конфет, в одной 12 конфет, в другой 15 конфет. За один ход можно съесть любое ненулевое число конфет, но только из одной кучки. Выигрывает тот, кто съел последнюю конфету. Кто из игроков, первый или второй, может победить независимо от ходов противника?

Задачи для самостоятельного решения.

1 В a) трёх; b) четырех кучках лежат конфеты, по 50 конфет в каждой. За ход разрешается взять произвольное количество конфет, но только из одной кучки. Побеждает тот, кто возьмет последнюю конфету. Кто из игроков может выиграть независимо от ходов противника?

2 В каждой клетке доски 11×11 стоит шашка. За ход разрешается снять с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию и какая она?

3 Дана клетчатая доска 10×10. За один ход разрешается покрыть любые соседние клетки доминошкой (прямоугольником 1×2) так, чтобы доминошки не перекрывались. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4 На окружности на равных расстояниях друг от друга расставлено 20 точек. Двое по очереди соединяют любые две из них отрезком, который не пересекается с уже проведенными отрезками. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Зайчики. Игры. Симметрии и повторения. Добавка.

5 Двое по очереди разламывают шоколадку размером 10×10. За один ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из имеющихся кусков вдоль углубления. Кто выигрывает при правильной игре, если

- a) проигрывает тот, кто первым отломит дольку 1×1.
- b) выигрывает тот, кто первым отломит дольку 1×1.

6 Почтальон Печкин не хотел отдавать посылку. Тогда Матроскин предложил ему сыграть в следующую игру: каждым ходом Печкин пишет в строку слева направо буквы М и П, пока в строке не будет всего 11 букв. Матроскин после каждого его хода, если хочет, меняет местами любые две буквы. Если в итоге окажется, что записанное «слово» является палиндромом (то есть одинаково читается слева направо и справа налево), то Печкин отдает посылку. Сможет ли Матроскин играть так, чтобы обязательно получить посылку?

7 В ряд лежат 100 монет орлами вверх. Петя и Вася ходят по по очереди, начинает Петя. За ход разрешается выбрать две монеты орлами вверх, между которыми лежат ровно 2 или ровно 3 монеты, и перевернуть выбранные монеты. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?

Суперзадача

1 Двое играют, поочередно выставляя крестики и нолики на квадратном поле 9×9. В конце каждый получает очко за каждую строку и столбец, в которых его знаков больше. Сможет ли первый игрок выиграть?