

Зайчики. От противного.

— Воспользуемся методом доказательства от противного. Допустим, что уравнение не имеет решений над полем действительных чисел. Вам противно?
— Да омерзительно просто!

Вступление.

1 При каком наименьшем количестве учеников в школе среди них найдутся двое, у которых день и месяц рождения совпадают?

2 Закончите предложения:

a В пяти тарелках лежат шесть конфет. Тогда найдется тарелка, в которой лежит...

b В 17 чуланах живут 19 привидений. Значит найдется чулан, в котором живёт...

c В 10 спичечных коробках лежит 21 монетка. Тогда найдется коробок, в котором...

3 Суммарное количество яблок у 7 ёжиков — 22 штуки. Докажите, что из них можно выбрать трех ёжиков так, что вместе они смогут испечь пирог из 10 яблок.

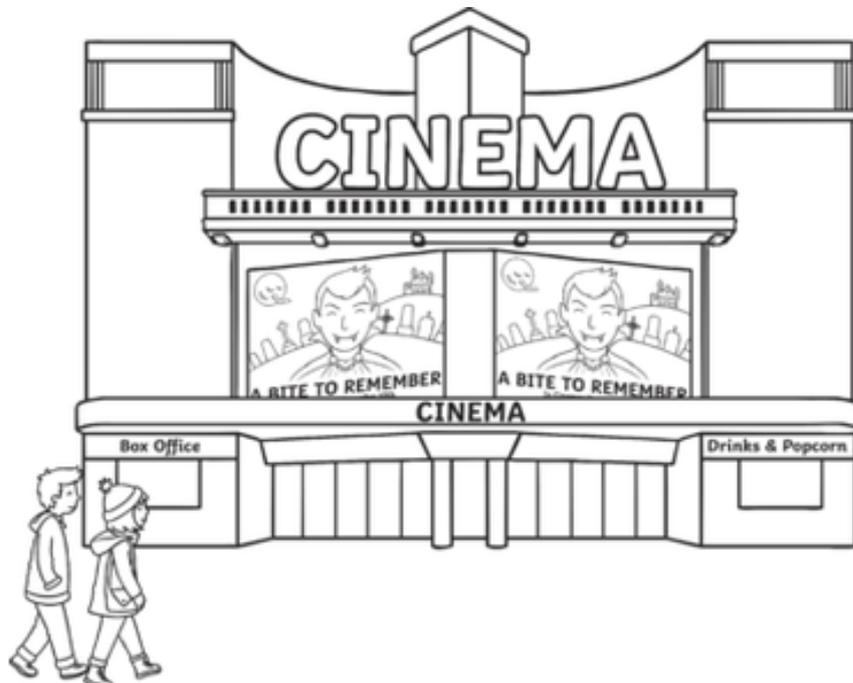
Задачи для самостоятельного решения.

1 На кружок в 1543 пришло 32 пятиклассника. Докажите, что среди них найдутся хотя бы двое, у которых фамилии начинаются с одной и той же буквы.

2 В поход пошли 20 туристов. Самому старшему из них 35 лет, а самому младшему **a** 16 лет; **b** 17 лет. Верно ли, что среди туристов есть одногодки?

3 Если класс из 30 человек рассадить в зале кинотеатра, то в любом случае хотя бы в одном ряду окажется не менее двух одноклассников. Если то же самое проделать с классом из 25 человек, то по крайней мере три ряда окажутся пустыми. Сколько рядов может быть в зале?

4 На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была хотя бы одна француженка?



Зайчики. От противного. Добавка.

5] Взяли несколько одинаковых равнобедренных треугольников и в углах каждого из них написали числа 1, 2 и 3. Затем их сложили в стопку. Могло ли оказаться, что сумма чисел, стоящих в каждом углу, равна 55?

6] В алфавите языка племени Ни-Бум-Бум 22 согласных и 11 гласных; словом в этом языке называется произвольная последовательность букв, в которой нет двух согласных подряд и ни одна буква не использована дважды. Алфавит разбили на шесть непустых групп. Докажите, что из всех букв одной из групп можно составить слово.

7] Две команды, в каждой из которых было по 5 шахматистов, сыграли матч: каждый сыграл по одному разу с каждым из другой команды. В каждой партии давали 1 очко за победу, 0.5 — за ничью и 0 — за поражение. В итоге команды набрали поровну очков. Докажите, что какие-то два участника матча тоже набрали поровну очков.

8] На междисциплинарной конференции ученых профессор Джонс заявил: «Здесь присутствует минимальное количество людей, при котором можно с уверенностью сказать, что удастся найти либо 17 представителей разных стран, либо n человек, приехавших из одной страны.» Ему ответил профессор Ли: «Согласен с Вами, коллега! Но я хочу обратить Ваше внимание, что также здесь присутствует минимальное количество людей, при котором можно с уверенностью сказать, что удастся найти либо 13 людей одного возраста, либо $n + 3$ человека различного возраста.» Чему равно n ?

Суперзадача

1] Никита разрезал лист бумаги по прямой. Затем он разрезал по прямой один из получившихся кусков, потом — один из трех получившихся кусков, и т. д. Докажите, что через несколько разрезов среди полученных многоугольников найдется 100 штук с одинаковым числом вершин.

