

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Кенгурята. Раскраски

Шестилетний сын наблюдает, как отец взбирается по стремянке, чтобы покрасить окно. Мать говорит ему:
— Вырастешь, сможешь папе помогать.
— А разве он не закончит к тому времени?

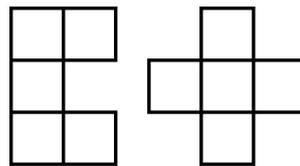
Вступление.

1 Из квадрата 5×5 вырезали **a** угловую клетку; **b** центральную клетку. Можно ли разрезать оставшуюся часть на полоски 1×3 ?

2 Какое максимальное число квадратиков 2×2 можно вырезать из квадрата 9×9 ?

Задачи для самостоятельного решения.

1 Можно ли доску 8×8 замостить следующим набором фигур: двумя фигурами, изображёнными на рисунке, и 27-ю доминошками?



2 В левый нижний угол шахматной доски 8×8 поставлено в форме квадрата 3×3 девять фишек. Фишка может прыгать на свободное поле через рядом стоящую фишку, то есть симметрично отражаться относительно её центра (прыгать можно по вертикали, горизонтали и диагонали). Можно ли за некоторое количество таких ходов поставить все фишки вновь в форме квадрата 3×3 , но в другом углу:

a левом верхнем, **b** правом верхнем?

3 Какое максимальное количество **a** Г-тетрамино; **b** полосок 1×4 можно вырезать из доски 10×10 ?

4 В каждой клетке доски 11×11 сидело по кузнечичку. В какой-то момент все кузнечички одновременно перепрыгнули на соседние клетки. Найдите минимальное количество клеток, которое точно останется пустым, если кузнечички прыгают в соседние по углу клетки?

5 Можно ли доску 8×8 разрезать на 15 вертикальных и 17 горизонтальных доминошек 1×2 ?



Кенгурята. Раскраски. Добавка.

6 Можно ли разрезать доску 7×7 с вырезанной угловой клеткой на Г-шки из 4 клеток?

7 В клетчатом квадрате 7×7 по линиям сетки без наложений разместили 16 прямоугольников 1×3 . Какая клетка могла остаться ненакрытой? (Укажите все варианты и покажите, что других быть не может).

8 Муммий-троль ходит вверх-влево, вверх-вправо или вниз. Какое максимальное число клеток доски 7×7 можно им обойти, если нельзя наступать на одну клетку дважды?

9 В таблице 4×4 вторая клетка в верхней строке покрашена в чёрный цвет. Остальные клетки белые. Разрешается одновременно перекрашивать в противоположный цвет все клетки любого столбца, любой строки или любой диагонали (в том числе угловой диагонали, состоящей из одной клетки). Можно ли такими перекрашиваниями сделать все клетки белыми?

10 Дан куб со стороной 4. Можно ли целиком оклеить три его грани, имеющие общую вершину, шестнадцатью бумажными прямоугольными полосками размером 1×3 ?

Суперзадача

1 Куб размером $3 \times 3 \times 3$ состоит из 27 единичных кубиков. Можно ли побывать в каждом кубике по одному разу, двигаясь следующим образом: из кубика можно пройти в любой кубик, имеющий с ним общую грань, причём запрещено ходить два раза подряд в одном направлении?

