Математический кружок 5 класса в школе 1543.

Кенгурята. Шахматная раскраска.

По телевизору маленький мальчик увидел, как индейцы наносят боевую раскраску. Спрашивает папу, что это они делают.
— Так они готовятся к войне, сынок.
— А с кем это каждый день воюет наша мама?

Вступление.

1 Из шахматной доски вырезали
 a одну клетку;
 b две угловые клетки, лежащие на одной диагонали.
Можно ли оставшуюся фигуру разрезать на доминошки?

2 Жук находится в какой-то клетке клетчатой доски 7×7. За один ход он переползает в соседнюю по стороне клетку. Могло ли так оказаться, что жук, путешествуя, побывал в каждой клетке ровно по одному разу, а после чего вернулся в начальную клетку?

3 Можно ли квадрат 10×10 разрезать на фигурки из четырёх клеток в виде буквы «Т»?

Задачи для самостоятельного решения.

1 На каждой из клеток доски размером 9×9 находится фишка. Петя хочет передвинуть каждую фишку на соседнюю по стороне клетку так, чтобы снова в каждой из клеток оказалось по одной фишке. Сможет ли Петя это сделать?

2 Можно ли доску 8×8 разрезать на один квадрат 2×2 и 15 фигурок вида Т-тетрамино?

3 Замок в форме треугольника со стороной 20 метров разбит на 16 треугольных залов со сторонами 5 м. В каждой стенке между залами есть дверь. Какое наибольшее число залов сможет обойти турист, не заходя ни в какой зал дважды?

4 a Может ли шахматный конь ровно через 43 ходов оказаться в своей первоначальной клетке?
 b Можно ли на бесконечной клетчатой доске расставить 43 коня так, чтобы каждый бил ровно двух других?

5 Хулиган Вася вырезал цельную клетчатую фигуру из шахматной доски. Оказалось, что в этой фигуре поровну черных и белых клеток, но при этом её нельзя разбить на доминошки. Приведите пример такой фигуры.

Кенгурята. Шахматная раскраска. Добавка.

6 Можно ли из 13 кирпичей $1 \times 1 \times 2$ сложить куб $3 \times 3 \times 3$ с дыркой $1 \times 1 \times 1$ в центре?

7 a) Новая шахматная фигура «кузнечик» поочередно делает ходы на 1, 2, 3, 1, 2, 3, ... клетки (по горизонтали или вертикали). Может ли кузнечик обойти всю доску 8×8, побывав на каждой клетке ровно 1 раз?

b) Тот же вопрос, но если ходы делаются 1, 2, 1, 2, ...

8 Можно ли клетчатую доску 101×101 замостить без пропусков и наложений «доминошками» и «крестами» (из 5 клеток)?

9 В ячейки куба $11 \times 11 \times 11$ поставлены по одному числа 1, 2, ..., 1331. Из одного углового кубика в противоположный отправляются два червяка. Каждый из них может переползать в соседний по грани кубик, при этом первый может проползать, если число в соседнем кубике отличается на 8, второй — если отличается на 9. Существует ли такая расстановка чисел, что оба червяка смогут добраться до противоположного углового кубика?

10 Вася оклеил (без наложений и разрывов) грани куба $5 \times 5 \times 5$ бумажными полосками 2×1, причём некоторые полоски оказались согнуты пополам (остальные полоски не согнуты). Каждая полоска покрывает ровно две клетки. Могло ли число согнутых полосок оказаться чётным?

Суперзадача

1 В одной из вершин куба $ABCDEFGH$ сидит заяц, но охотникам он не виден. Три охотника стреляют залпом, при этом они могут «поразить» любые три вершины куба. Если они не попадают в зайца, то до следующего залпа заяц перебегает в одну из трёх соседних (по ребру) вершин куба. Укажите, как стрелять охотникам, чтобы обязательно попасть в зайца за четыре залпа.