

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Лучший и худший случай. Кенгурята.

Не бойся врагов — в худшем случае они могут тебя убить. Не бойся друзей — в худшем случае они могут тебя предать. Бойся худшего случая — он может не помочь решить задачу.

Задачи для самостоятельного решения.

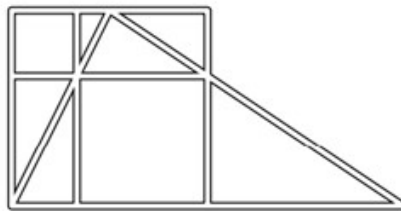
1 Разбойник решил нагрузить верблюда золотом. У него есть слитки высшей пробы, которые весят 5 кг и стоят 60 дирхамов, слитки первой пробы — 4 кг и 47 дирхамов, и слитки второй пробы — 3 кг и 33 дирхама. Верблюд может нести не больше 22 кг золота. На какую наибольшую стоимость груза может рассчитывать разбойник?

2 На доске написано число 999999. За одну операцию можно либо уменьшить одну из его цифр, больших единицы, на 1 и приписать в конец цифру 1, либо уменьшить одну из его цифр, больших тройки, на 3 и приписать в начало две цифры 1. Какое наибольшее число можно получить в результате таких операций?

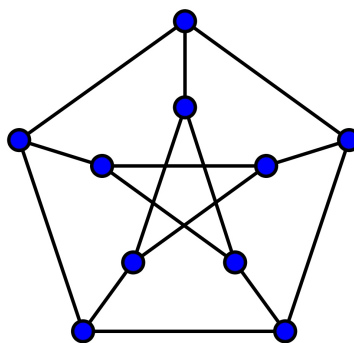
3 **a** В классе 23 человека, один из которых знает Большой Секрет. Любой человек, знающий секрет, может выбрать одну переменную и во время нее поделиться Большим Секретом или с двумя одноклассниками, или с четырьмя — но с условием, что три из них пообещают никому не рассказывать Секрет. Какого наименьшего количества переменных хватит, чтобы каждый узнал Секрет?

b Та же задача, но те, с кого взяли обещание молчать, могут продержаться только одну переменную, а потом все-таки идут и рассказывают Секрет. В параллели 61 ученик, за какое наименьшее количество переменных они все узнают Секрет?

4 Начальник службы безопасности Совершенно Секретного Объекта (схема улиц которого изображена на рисунке) хочет расставить охранников на его улицах так, чтобы на каждой улице был хотя бы один охранник. Какое наименьшее число охранников необходимо?



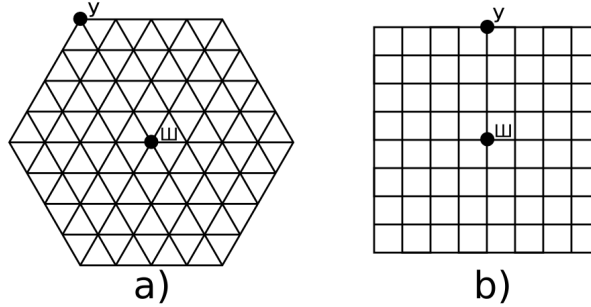
5 Петя хочет нарисовать разноцветными карандашами граф (см. рис.) так, чтобы рёбра, выходящие из одной вершины, были все разных цветов. Сколько разных карандашей ему понадобится?



Лучший и худший случай. Кенгурята. Добавка.

6 **a** Бассейн имеет вид шестиугольника со стороной 48 метров, разделённого линиями сетки на треугольники со стороной 12 метров (см. рис.). В центре бассейна находится школьник, не сделавший домашнее задание, а у одного из углов бассейна — злая учительница. Школьник плавает с максимальной скоростью 1 метр в секунду, причем только по линиям сетки, а по суше бежит быстрее учительницы. Учительница же плавать не умеет, зато бежит с максимальной скоростью 3 метра в секунду (при желании, оба могут перемещаться и медленнее своей максимальной скорости или же вообще стоять). Сможет ли школьник убежать?

b Та же задача, только бассейн — это квадрат 96×96 метров, линии сетки делят его на 64 квадрата 12×12 метров. Учительница начинает у середины стороны бассейна, и ее максимальная скорость — 4 метра в секунду (школьник по-прежнему плавает со скоростью 1 метр в секунду, а бежит быстрее учительницы). Сможет ли школьник убежать в этом случае?



7 Некий организм представляет собой набор клеток и выглядит как бесконечный клетчатый лист. Однажды 9 его клеток, расположенных в форме квадрата 3×3 , заболели. Каждый день с утра можно привить несколько здоровых клеток организма. А каждый вечер болезнь распространяется на все непривитые клетки, соседние с больными по стороне или по углу. Можно ли остановить распространение болезни, если за утро можно делать

a 9 прививок;

b 6 прививок?

8 Петя и Вася играют в следующую игру. Есть бесконечная полоска из клеточек. За один ход Петя ставит крестик в любую пустую клеточку, а Вася ставит нолики в любые 2020 пустых клеточек. Начинает Петя. Если в какой-то момент на полоске появилось три крестика, один из которых стоит ровно посередине между двумя другими, то Петя побеждает. Может ли Вася ему помешать?

Суперзадача

1 Двое играют в крестики-нолики на бесконечной клетчатой бумаге по таким правилам: первый ставит два крестика, второй — нолик, первый — снова два крестика, второй — нолик и так далее. Первый выигрывает, когда на одной вертикали или горизонтали стоит рядом 100 крестиков. Докажите, что первый всегда может добиться победы.