

Кенгурята. Инвариант.

Но мы научились драться
и научились греться
у спрятавшегося солнца
и до земли добраться
без лоцманов, без лоций,
но – главное – не повторяться.
Нам нравится постоянство

Иосиф Бродский

Вступление

1 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?

2 На доске написаны числа от 1 до 20. Каждую минуту Маша подходит к доске, и вместо каких-то двух чисел пишет их сумму. Когда на доске останется одно число, Маша остановится. Какое число может быть написано на доске?

А теперь сами

1 На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

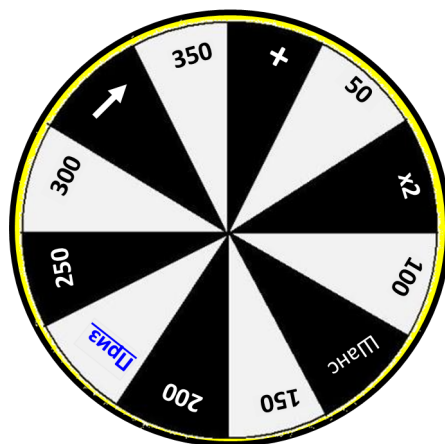
2 На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?

3 В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы, причем этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЫУУ имеют одинаковый смысл?

4 **а** Круг разделен на 6 секторов, в которых по часовой стрелке стоят числа: 1,0,1,0,0,0. Можно прибавлять по единице к любым числам, стоящим в двух соседних секторах. Можно ли сделать все числа равными?

б Круг разделен на десять секторов, в каждом из которых стоит фишка. Разрешается за один ход сдвинуть любые две фишки в соседние с ними сектора. Можно ли с помощью таких операций собрать все фишки в одном секторе?

5 На чудо-дереве растут 1543 башмака и 1543 валенка. За один раз разрешается сорвать с него два плода. Если сорвать два башмака или два валенка, то вырастет один валенок, а если сорвать один башмак и один валенок, то вырастет один башмак. В итоге остался один плод. Какой он?



Кенгурята. Инвариант. Добавка.

6 В таблице 4×4 четыре угловые клетки закрашены чёрным цветом, а все остальные — белым. За один ход разрешается перекрасить в противоположный цвет все клетки в одной строке или в одном столбце. Можно ли получить с помощью таких операций полностью белую доску?

7 Камни лежат в трёх кучках: в одной — 51 камень, в другой — 49 камней, а в третьей — 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку из чётного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?

8 В пробирке находятся марсианские амёбы трёх типов А, В и С. Две амёбы любых двух разных типов могут слиться в одну амёбу третьего типа. После нескольких таких слияний в пробирке оказалась одна амёба. Каков её тип, если исходно амёб типа А было 20 штук, типа В — 21 штука и типа С — 22 штуки?

9 На шести ёлках сидят шесть чижей, на каждой ёлке — по чижу. Ёлки растут в ряд с интервалами в 10 метров. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной ёлке?

Суперзадача

1 На столе лежит куча из 1001 камня. Ход состоит в том, что из какой-либо кучи, содержащей более одного камня, выкидывают камень, а затем одну из куч делят на две. Можно ли через несколько ходов оставить на столе только кучки, состоящие из трёх камней?

