Математический кружок 5 класса в школе 1543.

Кенгурята. Принцип крайнего.

– Какой крайний срок поставить?
– Ставь 31-е.
– 31-е? Нормально, вы успеете?
– Успеем, конечно. Просто месяц не указывай.

Вступление

$\boxed{\mathbf{1}}$ Можно ли расставить ладей на шахматной доске так, чтобы каждая била хотя бы трех других?

$\boxed{\mathbf{2}}$ Несколько пятиклассников встали в круг. Оказалось, что у каждого пятиклассника хотя бы один сосед не ниже его. Могут ли все они быть разного роста?

А теперь сами

$\boxed{\mathbf{1}}$ Можно ли в вершинах куба расставить числа от 1 до 8 так, чтобы разность любых двух соседних по ребру чисел была не больше двух? (Из большего вычитаем меньшее.)

$\boxed{\mathbf{2}}$ Можно ли нарисовать на плоскости несколько отрезков так, чтобы каждый отрезок своими концами упирался внутрь других отрезков?

$\boxed{\mathbf{3}}$ Шахматная доска разбита на доминошки 1×2. Докажите, что найдётся пара доминошек, образующая квадрат 2×2.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Можно ли расставить на клетчатой плоскости

$\boxed{\text{a}}$ несколько коней так, чтобы каждый бил хотя бы четырёх других?

$\boxed{\text{b}}$ несколько коней так, чтобы каждый бил хотя бы пять других?

$\boxed{\mathbf{5}}$ Существуют ли 4 числа, попарные разности между которыми равны

$\boxed{\text{a}}$ 2, 2, 3, 4, 5 и 6;

$\boxed{\text{b}}$ 3, 5, 8, 11, 12 и 20?

$\boxed{\mathbf{6}}$ $\boxed{\text{a}}$ Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50?

$\boxed{\text{b}}$ Тот же вопрос для чисел от 1 до 100.

$\boxed{\mathbf{7}}$ 25 астрономов на двадцати пяти разных планетах наблюдают друг за другом при помощи телескопов, причём каждый наблюдает за ближайшим к нему (все расстояния между планетами различны). Докажите, что

$\boxed{\text{a}}$ есть две планеты, астрономы на которых наблюдают друг за другом;

$\boxed{\text{b}}$ хотя бы за одним астрономом никто не наблюдает.

$\boxed{\mathbf{8}}$ Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске на одну клетку по вертикали или горизонтали. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?

$\boxed{\mathbf{9}}$ В клетках доски 8×8 расставлены числа $1, 2, \ldots, 64$. Докажите, что найдётся пара соседних по стороне клеток, числа в которых отличаются не менее чем на 5.

Суперзадача

$\boxed{\mathbf{1}}$ На шахматной доске расставлено десять королей. На каждом ходу одного из королей сдвигают на одну клетку в любом направлении (по вертикали, горизонтали или диагонали). Один король может ходить несколько раз подряд. После нескольких ходов оказалось, что каждый король побывал во всех клетках ровно по одному разу и вернулся на исходную клетку. Докажите, что был момент, когда ни один из королей не стоял на своей исходной клетке.

Найдите путь между двумя выделенными клеточками, придерживаясь следующих условий:

•Отрезок линии проходит между центрами соседних клеток.

•Путь проходит по следующему маршруту: 1-2-3-4-1-2-3-4-1-2-3-4-1-2-3-4-…

•Путь должен пройти по всем клеточкам и не иметь самопересечений.

1	**3**	**4**	**4**	**1**	**3**	**2**	**3**
4	**2**	**1**	**3**	**2**	**4**	**1**	**4**
1	**3**	**2**	**4**	**1**	**3**	**4**	**1**
3	**2**	**2**	**1**	**3**	**2**	**4**	**2**
4	**1**	**2**	**3**	**4**	**2**	**1**	**3**
4	**3**	**3**	**4**	**2**	**1**	**3**	**4**
1	**2**	**1**	**1**	**1**	**2**	**1**	**3**
2	**3**	**4**	**2**	**3**	**4**	**2**	**4**