

Кенгурята. Игры, позиции

Хорошо играет тот, кто играет без
противника

Вступление.

Позиция называется выигрышной, если игрок, делающий ход из этой позиции, может затем обеспечить себе выигрыш. В противном случае позиция называется проигрышной.

Выигрышные и проигрышные позиции расставляются с конца по следующим правилам:

- позиция, из которой нельзя сделать ход, — выигрышная или проигрышная в зависимости от условия;
- если из позиции X можно попасть в проигрышную позицию, то позиция X — выигрышная;
- если все ходы из позиции X ведут в выигрышные позиции, то позиция X — проигрышная.

Победу может обеспечить себе первый игрок, если начальная позиция — выигрышная, и второй, если она проигрышная. Выигрышная стратегия — ходить на проигрышные позиции.

1 **а** В левом нижнем углу доски 5×5 стоит хромой король, который за один ход может сдвинуться или на одну клетку вправо, или на одну клетку по диагонали вправо-вверх. Игроки ходят по очереди, кто не может сделать ход — проиграл. У кого есть выигрышная стратегия?

б А если хромой король может ходить еще и на одну клетку вверх и тот, кто не может сделать ход — выиграл.

Задачи для самостоятельного решения.

1 **а** На доске написано число 0. Два игрока по очереди прибавляют любое число от 1 до 5 к числу на доске и записывают вместо него сумму. Кто выигрывает, если нужно получить число 34?

2 В начале игры ферзь стоит в левом нижнем углу доски 6×8 . За ход его можно передвинуть на любое число полей вправо, вверх или по диагонали вправо-вверх. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто победит при правильной игре?

3 Двое игроков ходят по очереди на циферблате с одной стрелкой: каждый своим ходом переводит стрелку на два или три часа вперед. В начале игры стрелка показывает полдень. Выигрывает тот, кто первым поставит стрелку на 11 часов. (Стрелка может сделать несколько оборотов, прежде чем указать на 11 часов.)

4 Однажды на волшебном дереве выросло 300 золотых монет. Кот Базилио и лиса Алиса договорились по очереди каждую ночь ходить к этому дереву и забирать не более половины имеющихся на нём монет. Если кто-то из них не может больше сорвать ни одной монеты, то отдает другому всё, что успел взять. Первой пошла Алиса. Кто останется в дураках?



5 Игра начинается с числа 60. За ход разрешается уменьшить число на любой из его делителей. Проигрывает тот, кто после своего хода получит 0. Кто выиграет при правильной игре?

6 Имеются две кучи камней: в одной 5, в другой 7. Двое играющих берут по очереди камни. Разрешается взять один камень из любой кучи или по одному камню из обеих куч. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

7 Двое играют в такую игру. В начале по кругу стоят числа 1, 2, 3, 4. Каждым своим ходом первый прибавляет к двум соседним числам по 1, а второй меняет любые два соседних числа местами. Первый выигрывает, если все числа станут равными. Может ли второй ему помешать?

8 Двое по очереди выписывают на доску натуральные числа от 1 до 1000. Первым ходом первый игрок выписывает на доску число 1. Затем очередным ходом на доску можно выписать либо число $2a$, либо число $a + 1$, где a — какое-то число, уже написанное на доске. При этом запрещается повторно выписывать уже написанные числа. Выигрывает тот, кто выпишет на доску число 1000. Кто выигрывает при правильной игре?

Суперзадача

1 а Двое играют в такую игру: на столе лежат 7 монет по два фунта и 7 монет по одному фунту. За ход разрешается взять монет на сумму не более трех фунтов. Забравший последнюю монету выигрывает. Кто победит при правильной игре?

б Тот же вопрос, если и тех, и других монет по 12.