

От противного. Кенгурята.

Конец лекции по математике. Все устали.

Лектор:

— А теперь послушаем доказательство от противного.

Из аудитории:

— Противный выходи!!!

Вступление.

1 При каком наименьшем количестве учеников в школе среди них найдутся двое, у которых день и месяц рождения совпадают?

2 Суммарное количество яблок у 7 ёжиков — 22 штуки. Докажите, что из них можно выбрать трех ёжиков так, что вместе они смогут испечь пирог из 10 яблок.

Задачи для самостоятельного решения.

1 В каждой вершине куба написано число 1 или число 0. На каждой грани куба написана сумма четырёх чисел, написанных в вершинах этой грани. Может ли оказаться, что все числа, написанные на гранях, различны?

2 Если класс из 30 человек рассадить в зале кинотеатра, то в любом случае хотя бы в одном ряду окажется не менее двух одноклассников. Если то же самое проделать с классом из 25 человек, то по крайней мере три ряда окажутся пустыми. Сколько рядов может быть в зале?

3 **a** У Пети есть 65 карандашей. Докажите, что среди них найдется либо 9 разноцветных карандашей, либо 9 карандашей одного цвета.

b В лесу растёт 10 001 дерево. Докажите, что либо в этом лесу больше 100 сортов деревьев, либо деревьев одного из сортов больше 100 штук.

4 На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была хотя бы одна француженка?

5 В фотоателье залетели 20 птиц — 8 скворцов, 7 трясогузок и 5 дятлов. Каждый раз, как только фотограф щёлкнет затвором фотоаппарата, какая-то одна из птичек улетит (насовсем). Какое максимальное количество кадров сможет сделать фотограф, чтобы быть уверенным: у него останется не меньше четырёх птиц одного вида, и не меньше трёх — другого?

6 В алфавите языка племени Ни-Бум-Бум 22 согласных и 11 гласных; словом в этом языке называется произвольная последовательность букв, в которой нет двух согласных подряд и ни одна буква не использована дважды. Алфавит разбили на шесть непустых групп. Докажите, что из всех букв одной из групп можно составить слово.

7 За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа — мальчики.

Суперзадача

1 В шахматном турнире каждый из восьми участников сыграл с каждым. В случае ничьей (и только в этом случае) партия ровно один раз переигрывалась и результат переигровки заносился в таблицу. Барон Мюнхгаузен утверждает, что в итоге два участника турнира сыграли по 11 партий, один — 10 партий, три — по 8 партий и два — по 7 партий. Может ли он оказаться прав?

3					2		7	8
6		8	3				1	
				7	8	3		5
	6	7		3				
	3		8	9			6	
8	9		5					4
					9			
4	5	6				7	8	
7	8							