

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Кролики. Принцип Дирихле

Но ведь, с точки зрения математики,
кролики — это не только ценный мех.

Вступление.

1 Восемь кроликов посадили в семь клеток. Докажите, что есть клетка, в которой оказалось по крайней мере два кролика.

2 В магазин привезли 25 мячиков трех цветов: красного, жёлтого или зелёного.

a Продавец утверждает, что у него нет девяти красных мячиков. Могло ли так случиться?

b Продавец утверждает, что у него нет девяти мячиков одного цвета. Не ошибся ли он?

Задачи для самостоятельного решения.

1 В школе учатся 400 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них отмечают день рождения в один и тот же день.

2 Мальчик раздал 49 апельсинов 8 друзьям. Докажите, что кому-то досталось по крайней мере 7 апельсинов.

3 В классе 30 учеников. В диктанте Вова сделал 13 ошибок, остальные меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну.

4 Занятия математического кружка проходят в девяти аудиториях. Среди прочих, на эти занятия приходят 19 учеников из одной и той же школы.

a Докажите, что всегда хотя бы в одной аудитории окажется не меньше трех таких школьников.

b Верно ли, что в какой-нибудь аудитории обязательно окажется ровно три таких школьника?

5 На карьере добыли 31 камень. Их веса: 100 кг, 101 кг, 102 кг, ..., 130 кг. Можно ли увезти эти камни на шести машинах, грузоподъемность каждой из которых 600 кг?



Кролики. Принцип Дирихле. Добавка.

6 **a** В темной комнате стоит шкаф, в котором лежат 24 чёрных и 24 синих носка. Какое минимальное количество носков нужно взять из шкафа, чтобы из них заведомо можно было составить по крайней мере одну пару носков одного цвета?

b Какое минимальное количество носков нужно взять, чтобы заведомо можно было составить хотя бы одну пару носков черного цвета?

c Пусть в шкафу лежат 12 пар чёрных и 12 пар синих ботинок (в отличие от носков, ботинки бывают левые и правые). Какое минимальное число ботинок нужно взять, чтобы заведомо можно было составить пару одного цвета (как в пункте a)?

d А если хотим составить пару ботинок черного цвета (как в пункте b)?

7 Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел 0, 1, 2 так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Докажите, что Буратино не сможет составить такой квадрат.

8 Винни-Пух, Пятачок, Кролик и Ослик Иа вместе съели 70 бананов, причем каждый из них съел хотя бы один банан. Винни-Пух съел больше каждого из остальных, а Кролик и Пятачок съели вместе 45 бананов. Сколько бананов досталось Ослику Иа?

9 На шахматной доске стоит 31 фишка. Докажите, что найдётся свободный уголок из трёх клеток.

10 **a** Можно ли выбрать 50 различных двузначных чисел, сумма никаких двух из которых не равна 100?

b А более пятидесяти?

Суперзадача

1 В квадратном ковре со стороной 1 метр моль проела 24 дырки. Докажите, что из этого ковра всегда можно вырезать квадратный коврик со стороной 20 сантиметров, в котором дырок не будет.

