

Математический кружок 5 класса в школе 1543.  
Лучший и худший случай. Кролики.

Не бойся врагов — в худшем случае они могут тебя убить. Не бойся друзей — в худшем случае они могут тебя предать. Бойся худшего случая — он может не помочь решить задачу.

---

**Вступление.**

1 Верблюд может нести не больше 22 кг золота. Разбойник хочет увезти на верблюде золото и выручить за него как можно больше денег. Как ему поступить, если

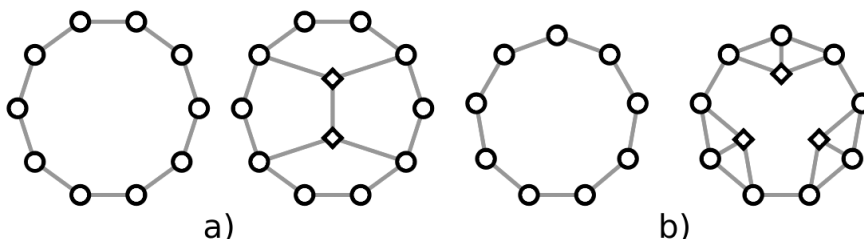
a) у него есть золотой песок высшей пробы ценой 3 дирхама за кг, песок первой пробы ценой 2 дирхама за кг и песок второй пробы ценой 1 дирхам за кг, а также невесомый мешок, в котором золотой песок можно смешать в любом соотношении?

b) у него есть слитки высшей пробы, которые весят по 5 кг и стоят по 60 дирхамов, слитки первой пробы — 4 кг и 47 дирхамов, и слитки второй пробы — 3 кг и 33 дирхама?

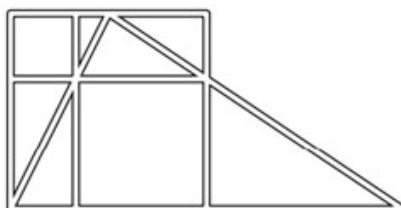
**Задачи для самостоятельного решения.**

1 На доске написано число 999999. За одну операцию можно либо уменьшить одну из его цифр, больших единицы, на 1 и приписать в конец цифру 1, либо уменьшить одну из его цифр, больших тройки, на 3 и приписать в начало две цифры 1. Какое наибольшее число можно получить в результате таких операций?

2 На рисунках изображены два плана Бесцветного города: на первом отмечены только жилые дома, а на втором — еще и административные здания. Линиями изображены дорожки между зданиями. Мэр издал приказ, что любые два здания, соединённые дорожками, должны быть покрашены в разные цвета. Какое минимальное число красок потребуется, чтобы покрасить все жилые дома, не нарушая приказ мэра? Какое минимальное число красок потребуется, чтобы покрасить вообще все здания?



3 Начальник службы безопасности Совершенно Секретного Объекта (схема улиц которого изображена на рисунке) хочет расставить охранников на его улицах так, чтобы на каждой улице был хотя бы один охранник. Какое наименьшее число охранников необходимо?



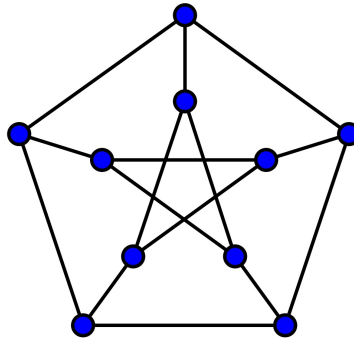
4 В классе 23 человека, один из которых знает Большой Секрет. Любой человек, знающий секрет, может выбрать одну переменную и во время нее поделиться Большим Секретом или с двумя одноклассниками, или с четырьмя — но с условием, что три из них пообещают никому не рассказывать Секрет. Какого наименьшего количества переменных хватит, чтобы каждый узнал Секрет?

## Лучший и худший случай. Кролики. Добавка.

5 В социальной сети зарегистрировано несколько человек, у каждого из них есть хотя бы двое друзей. Под Новый год каждый из пользователей посчитал, сколько у него друзей, поделил пополам это число (если друзей нечётное число, то «лишние» 0.5 отбрасываются) и отправил каждому из своих друзей ровно такое число поздравлений. Обязательно ли пользователь, у которого больше всего друзей, получил больше всего поздравлений?

6 Вася выписал на доску несколько двузначных чисел. Петя пришёл и вместо каждого из написанных Васей чисел написал его квадрат (квадрат числа — это произведение его на самого себя). Обязательно ли самая большая сумма цифр оказалась именно у квадрата самого большого числа Васи? А если в записи Васиных чисел не было нулей?

7 Петя хочет нарисовать разноцветными карандашами граф (см. рис.) так, чтобы рёбра, выходящие из одной вершины, были все разных цветов. Сколько разных карандашей ему понадобится?



8 Бассейн имеет вид шестиугольника со стороной 48 метров, разделённого линиями сетки на треугольники со стороной 12 метров (см. рис.). В центре бассейна находится школьник, не сделавший домашнее задание, а у одного из углов бассейна — злая учительница. Школьник плавает с максимальной скоростью 1 метр в секунду, причем только по линиям сетки, а по суше бежит быстрее учительницы. Учительница же плавать не умеет, зато бежит с максимальной скоростью 3 метра в секунду (при желании, оба могут перемещаться и медленнее своей максимальной скорости или же вообще стоять). Сможет ли школьник убежать?

