

Кролики. Инвариант.

Но мы научились драться
и научились греться
у спрятавшегося солнца
и до земли добраться
без лоцманов, без лоций,
но – главное – не повторяться.
Нам нравится постоянство

Иосиф Бродский

Вступление.

1 На шахматной доске стоит фигура «попрыгунчик», которая каждым ходом сдвигается на три клетки по вертикали и одну по горизонтали, или на три по горизонтали и одну по вертикали. Может ли «попрыгунчик», сделав несколько ходов, попасть в клетку, соседнюю исходной по стороне?

2 На доске написаны числа от 1 до 20. Каждую минуту Маша подходит к доске, и вместо каких-то двух чисел пишет их **a** сумму; **b** произведение. Когда на доске останется одно число, Маша остановится. Какое число может быть написано на доске?

3 На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

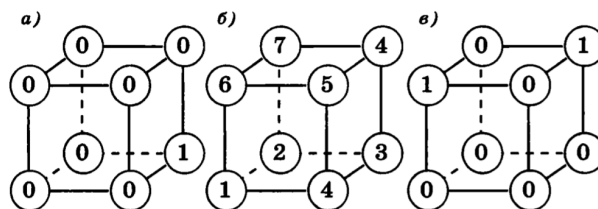
А теперь сами

1 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?

2 На чудо-дереве растут 1543 башмака и 1543 валенка. За один раз разрешается сорвать с него два ботинка. Если сорвать два башмака или два валенка, то вырастет один валенок, а если сорвать один башмак и один валенок, то вырастет один башмак. В итоге остался один ботинок. Какой он?

3 На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?

4 В каждой вершине куба записано число. За один шаг разрешено к двум числам, расположенным на одном ребре, прибавить по единице. Можно ли добиться, чтобы все числа в вершинах стали одинаковыми?



5 Хулиган Вася рвет газету на 5 либо на 11 частей, а потом какие-то из получающихся кусков – тоже на 5 либо на 11 частей. Может ли он в результате своих действий получить из одной газеты

a 1543 куска;

b 2022 куска?

Кролики. Инвариант. Добавка.

6] Дана покрашенная шахматной раскраской доска 8×8 . Разрешается перекрашивать в другой цвет сразу все клетки какой-либо горизонтали или вертикали. Может ли при этом получиться доска, у которой ровно одна черная клетка?

7] У Ильи есть табличка 3×3 , заполненная числами от 1 до 9 так, как в таблице слева. За один ход Илья может поменять местами любые две строчки или любые два столбца. Может ли он за несколько ходов получить таблицу справа?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	4	7
2	5	8
3	6	9

8] Круг разделен на десять секторов, в каждом из которых стоит фишка. Разрешается за один ход сдвинуть любые две фишки в соседние с ними сектора. Можно ли с помощью таких операций собрать все фишки в одном секторе?

9] На шести ёлках сидят шесть чижей, на каждой ёлке – по чижу. Ёлки растут в ряд с интервалами в 10 метров. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении. Могут ли все чижи усесться на одной ёлке?

