Математический кружок 5 класса в школе 1543.

Кролики. Принцип крайнего.

– Какой крайний срок поставить?
– Ставь 31-е.
– 31-е? Нормально, вы успеете?
– Успеем, конечно. Просто месяц не указывай.

---

1 По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.

2 Докажите, что в любой компании из пяти человек найдется двое, имеющих одинаковое число знакомых в этой компании.

А теперь сами

1 Несколько пятиклассников встали в круг. Оказалось, что у каждого пятиклассника хотя бы один сосед не ниже его. Могут ли все они быть разного роста?

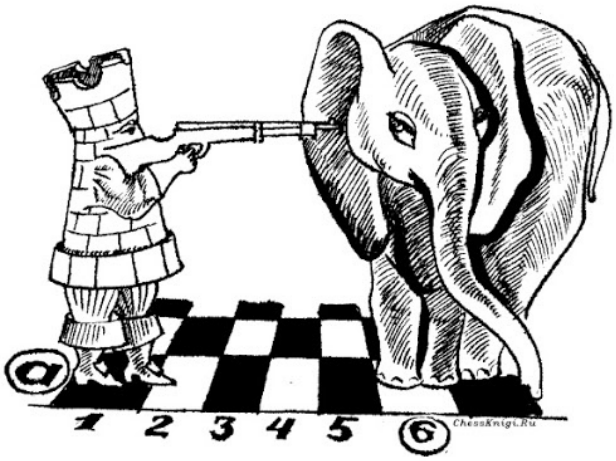
2 На крыше в ряд сидят 6 котов. Между Пушком и Мурзиком сидит Кузя и ещё один кот. Между Рыжиком и Кузей сидит Барсик и ещё один кот. Между Барсиком и Васькой сидит Пушок и ещё один кот. Как сидят коты, если Васька не крайний?

3 Сколькими способами можно расставить в ряд натуральные числа от 1 до 100 так, чтобы соседние числа отличались на единицу?

4 Можно ли в вершинах куба расставить числа от 1 до 8 так, чтобы разность любых двух соседних по ребру чисел была не больше двух? (Из большего вычитаем меньшее.)

5 На столе лежат одинаковые монеты без наложений.
a Докажите, что одну из них можно выдвинуть, не сдвигая остальных.
b Докажите, что есть монета, которая касается не более трёх других.

6 Можно ли расставить на клетчатой плоскости
a несколько ладей так, чтобы каждая била хотя бы трёх других?
b несколько коней так, чтобы каждый бил хотя бы четырёх других?
c несколько коней так, чтобы каждый бил хотя бы пять других?

7 Можно ли расставить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 20 в строку так, чтобы в каждой паре соседних одно из чисел делилось на другое?

8 a Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50?
b Тот же вопрос для чисел от 1 до 100.