

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Кролики. Игры. Симметрии и повторения

Чтобы выиграть, прежде всего нужно играть.

Эйнштейн

Вступление.

Какие бывают симметрии? Давайте вспомним на примере задачи из старого листочка:

На доске 2021×2021 расставлена 2021 шашка, причем их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.

1 Двое по очереди ставят шахматных слонов в клетки доски 8×8 так, чтобы слоны не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может выиграть независимо от ходов противника, и как ему нужно для этого играть?

2 У ромашки 20 лепестков. Играют двое. За ход можно сорвать любые 2 рядом растущих лепестка. Проигрывает тот кто не может сделать ход. Кто из игроков может выиграть независимо от ходов противника?

3 **a** Имеются две кучки, в обеих по 12 конфет. За один ход можно съесть любое ненулевое число конфет, но только из одной кучки. Выигрывает тот, кто съел последнюю конфету. Кто из игроков, первый или второй, может победить независимо от ходов противника?

b Имеются две кучки конфет, в одной 12 конфет, в другой 15 конфет. За один ход можно съесть любое ненулевое число конфет, но только из одной кучки. Выигрывает тот, кто съел последнюю конфету. Кто из игроков, первый или второй, может победить независимо от ходов противника?

Задачи для самостоятельного решения.

1 На столе выложены две одинаковые монеты по 100500 рублей. Играют двое. Каждый игрок за один ход может взять любую из монет и разменять ее меньшими монетами, но на ту же сумму. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре? (Монеты берутся из набора 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 копеек и 1 рубль).

2 В каждой клетке доски 11×11 стоит шашка. За ход разрешается снять с доски любое количество подряд идущих шашек либо из одного вертикального, либо из одного горизонтального ряда. Выигрывает снявший последнюю шашку. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию и какая она?

3 **a** Двое по очереди ставят ладей в клетки доски 8×8 так, чтобы ладьи не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть независимо от игры противника, и как ему при этом нужно играть?

b Двое по очереди ставят шахматных слонов в клетки доски 7×7 так, чтобы слоны не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть независимо от игры противника, и как ему при этом нужно играть?

4 В **a** трёх; **b** четырех кучках лежат конфеты, по 50 конфет в каждой. За ход разрешается взять произвольное количество конфет, но только из одной кучки. Побеждает тот, кто возьмет последнюю конфету. Кто из игроков может выиграть независимо от ходов противника?

Кролики. Игры. Симметрии и повторения. Добавка.

5 На окружности на равных расстояниях друг от друга расставлено 20 точек. Двое по очереди соединяют любые две из них отрезком, который не пересекается с уже проведенными отрезками. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

6 Почтальон Печкин не хотел отдавать посылку. Тогда Матроскин предложил ему сыграть в следующую игру: каждым ходом Печкин пишет в строку слева направо буквы М и П, пока в строке не будет всего 11 букв. Матроскин после каждого его хода, если хочет, меняет местами любые две буквы. Если в итоге окажется, что записанное «слово» является палиндромом (то есть одинаково читается слева направо и справа налево), то Печкин отдает посылку. Сможет ли Матроскин играть так, чтобы обязательно получить посылку?

7 а В ряд лежат 25 мандаринок. Петя и Вася едят по очереди одну или две изначально соседние мандаринки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто победит при правильной игре?

б А если мандаринки лежат по кругу?

8 Петя и Вася играют в игру на шахматной доске 9×9 . Они по очереди ставят фишки на свободные клетки этой доски. Первую фишку Петя ставит куда угодно, а каждая из остальных фишек должна быть соседней по стороне ровно с одной из уже поставленных фишек. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?

9 На доске записаны числа: 2021 и 2022. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно либо уменьшить одно из чисел на его ненулевую цифру или на ненулевую цифру другого числа, либо разделить одно из чисел пополам, если оно чётное. Выигрывает тот, кто первым напишет однозначное число. Кто из них может выиграть, как бы ни играл соперник?

