Математический кружсок 5 класса в школе 1543.

В лучшем случае... Жёлтые.

Лев Толстой очень любил детей. За обедом он им все сказки рассказывал да поучения. Бывало, все уже консоме с паштетом съели, профитроли, устриц, бланманже, пломбир, — а он все первую ложку супа перед бородой держит, рассказывает. Мораль выведет — и хлоп ложкой об стол!

Вступление

f 1 У разбойника в сундуке есть золотые слитки высшей пробы, которые весят по 5 кг и стоят по 60 драхм, слитки первой пробы, весящие 4 кг и стоящие 47 драхм, и слитки второй пробы — 3 кг и 33 драхмы. Он хочет увезти на верблюде золото и продать его как можно дороже.

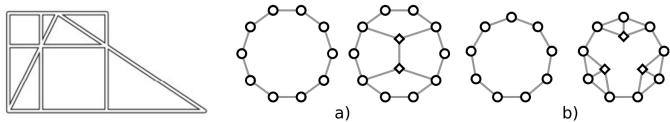
Разбойник очень жадный, поэтому он каждый раз грузит на верблюда максимально ценный слиток из возможных. Благоразумно ли так поступать, если:

- а верблюд может унести максимум 20 кг золота?
- b верблюд может унести максимум 22 кг золота?
- с верблюд может унести максимум 23 кг золота?

А теперь сами!

1 На доске написано число 999999. За одну операцию можно либо уменьшить одну из его цифр, больших единицы, на 1 и приписать в конец цифру 1, либо уменьшить одну из его цифр, больших тройки, на 3 и приписать в начало две цифры 1. Какое наибольшее число можно получить в результате таких операций?

2 Начальник службы безопасности Совершенно Секретного Объекта (схема улиц которого изображена на рисунке снизу слева) хочет расставить охранников на его улицах так, чтобы на каждой улице был хотя бы один охранник. Какое наименьшее число охранников необходимо?



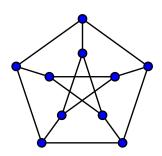
3 На рисунках сверху справа изображены два плана Бесцветочного города: на первом отмечены только жилые дома, а на втором — еще и административные здания. Линиями изображены дорожки между зданиями. Мэр издал приказ, что любые два здания, соединённые дорожками, должны быть покрашены в разные цвета. Какое минимальное число красок потребуется, чтобы покрасить все жилые дома? Какое минимальное число красок потребуется, чтобы покрасить вообще все здания?

4 Вася написал на доске два двузначных числа. У первого сумма цифр меньше, чем у второго. Коля возвел оба числа в квадрат (то есть умножил каждое из них само на себя). Правда ли, что у первого квадрата сумма цифр будет меньше, чем у второго?

В лучшем случае... Жёлтые. Добавка.

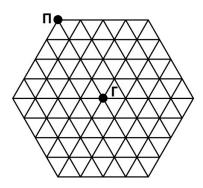
5 В социальной сети зарегистрировано несколько человек, у каждого из них есть хотя бы двое друзей. Под Новый год каждый из пользователей посчитал, сколько у него друзей, и отправил каждому из своих друзей ровно такое число поздравлений. Обязательно ли пользователь, у которого больше всего друзей, получил больше всего поздравлений?

6 Петя хочет нарисовать разноцветными карандашами граф (см. рис.) так, чтобы рёбра, выходящие из одной вершины, были все разных цветов. Сколько разных карандашей ему понадобится?



7 Заброшенный завод имеет форму шестиугольника со стороной 48 метров, разделённого коридорами на треугольники со стороной 12 метров. В центре завода находится гангстер, а у одного из углов — ловящий его полицейский. Гангстер ходит по коридорам завода с максимальной скоростью 1 м/с. Полицейский бегает вдоль стен завода с максимальной скоростью 3 м/с, а внутрь не заходит. Оба могут перемещаться и с меньшей скоростью или вообще стоять на месте. Если гангстер выйдет за стены завода, и его не поймают в ту же секунду, то он сядет в автомобиль и сбежит.

Полицейский видит по камерам, где находится гангстер, а сообщник передаёт гангстеру по рации, где находится полицейский. Сможет ли гангстер сбежать?



8 Некий организм представляет собой набор клеток и выглядит как бесконечный клетчатый лист. Однажды 9 его клеток, расположенных в форме квадрата 3 × 3, заболели. Каждый день с утра можно привить 9 здоровых клеток организма. А каждый вечер болезнь распространяется на все непривитые клетки, соседние с больными по стороне или по углу. Можно ли остановить распространение болезни?