

## Чётность. Зелёные.

Я любил загадывать, считая вагоны проезжающего состава. Если получалось чётное количество, значит, мне повезёт. А если получалось нечётное, то я прибавлял паровоз.

Корней Чуковский

### Вступление.

1 Чётными или нечётными будут сумма и произведение  a двух чётных чисел;  b двух нечётных чисел;  c чётного и нечётного чисел?

2 Чётным или нечётным будет число

a  $11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 21$ ;

b  $21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 29$ ;

c  $42 \cdot 44 \cdot 46 \cdot \dots \cdot 54$ ;

d  $31 + 32 + 33 + \dots + 40$ ;

e  $11 + 12 + 13 + \dots + 21$ ;

f  $30 - 29 + 28 - 27 + \dots + 16 - 15$ ?

3 В ряд выписаны все числа от 1 до 2022. Требуется расставить между ними знаки «+» и «-» так, чтобы полученное выражение равнялось нулю. Удастся ли это сделать? Почему?

4 Может ли число, составленное из одних пятёрок, делиться нацело на число, составленное из одних четвёрок? А наоборот?

### Задачи для самостоятельного решения.

1  a Сумма двух целых чисел нечётна. Чётно или нечётно их произведение?

b Сумма трёх целых чисел чётна. Чётно или нечётно их произведение?

c Произведение двух чисел умножили на их сумму. Результат будет чётным или нечётным?

2 Ковбой Билл зашёл в магазин и попросил у продавца моток веревки за 2 доллара и шесть коробков непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Продавец потребовал с него 8 долларов 25 центов, и в ответ на это Билл вытащил револьвер. Тогда продавец пересчитал стоимость покупки и исправил ошибку. Как Билл догадался, что его пытаются обсчитать?

3 Чётным или нечётным является число

a  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2021 \cdot 2023$ ;

b  $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + \dots + 2021 \cdot 2022$ ;

c  $1 + 2 + 3 + \dots + 2022$ ;

d  $1 + 3 + 5 + \dots + 2023$ ?

4 Хулиганы Фред и Джордж порвали учебник, причем Фред рвал каждый кусок на 3 части, а Джордж на 5. При попытке собрать учебник нашли 100 кусочков. Все ли кусочки нашли?

## Чётность. Добавка. Зелёные.

5 Гарри сосчитал сумму 13 чисел и получил 2022, а Рон перемножил эти числа и получил 2022758945. Докажите, что кто-то из них ошибся

6 Можно ли разбить натуральные числа от 1 до 21 на несколько групп так, чтобы в каждой группе было число, равное сумме всех остальных?

7 а) Аборигены поймали Кука и просят за него выкуп в 455 рупий пятьюдесятью монетами достоинствами в 5, 17 или 31 рупию. Можно ли выкупить Кука на таких условиях?

б) А если бы они хотели получить сумму 910 рупий пятьюдесятью монетами по 10, 34 и 62 рупии?

8 Даны пять чисел; сумма любых трёх из них чётна. Докажите, что все числа чётны.

9 По кругу в произвольном порядке расставлены числа  $1, 2, \dots, 3333$ . Докажите, что найдутся два соседних числа, после выкидывания которых оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.

