

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Рисуем графы. Зелёные.

Вставайте граф, Вас ждут великие дела!

Графом называется набор объектов (они изображаются точками-вершинами), некоторые пары которых находятся в каком-то отношении (соединены отрезками-рёбрами).

С помощью графов можно изображать:

- города, некоторые из которых соединены дорогами;
- людей, некоторые из которых дружат;
- команды, некоторые из которых сыграли друг с другом;

.....

Вступление

1 Между 9 планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля — Меркурий, Плутон — Венера, Земля — Плутон, Плутон — Меркурий, Меркурий — Венера, Уран — Нептун, Нептун — Сатурн, Сатурн — Юпитер, Юпитер — Марс и Марс — Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

2 Ваня, Саня, Маня, Даня и Аня играли между собой в шахматы. Ваня, Саня и Маня сыграли по 4 партии. Сколько партий могла сыграть Аня? (Любая пара ребят играла не более одного раза.)

А теперь сами!

1 В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник заметил, что два города соединены дорогой в том и только в том случае, если сумма цифр в названий делится на три. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

2 Семь пятиклассников играли в шахматы. Известно, что Игорь сыграл шесть партий, Кирилл — пять, Арсений и Лев — по три, Настя и Паша — по две, Катя — одну. Кто с кем сыграл? Любая пара ребят играла не более одного раза.

Степень вершины графа — это количество выходящих из неё рёбер.

3 Можно ли нарисовать граф, степени вершин которого равны
a 5, 3, 2, 1, 1; **b** 2, 2, 2, 4, 4, 4; **c** 8, 8, 8, 6, 5, 4, 3, 2, 2?

4 В стране 15 городов, из каждого города выходит не менее 7 железных дорог (все в разные города). Докажите, что из любого города можно доехать на поезде до любого другого.

5 В футбольном турнире участвовало 9 команд, каждая сыграла с каждой по одному разу. Могло ли оказаться, что все команды сыграли вничью разное число матчей?

Рисуем графы. Зелёные. Добавка.

6 Ювелиру заказали сделать из бриллиантов массами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 карат такое ожерелье, чтобы сумма масс никаких двух соседних бриллиантов не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7. Сколько у ювелира способов выполнить заказ?

7 а) Может ли шахматный конь обойти доску 4×4 , побывав в каждой клетке по одному разу и вернувшись в исходную клетку?

б) А если из этой доски вырезали четыре угловые клетки?

8 После уроков каждый школьник кинул в одного из других снежком, и в каждого школьника кто-то кинул снежком. Докажите, что их можно разбить на 3 команды так, чтобы в каждой команде никто ни в кого не кидал.

9 В углах шахматной доски 3×3 стоят 4 коня: 2 белых и 2 черных (как на левом рисунке). Можно ли за несколько ходов поставить коней так, чтобы кони одного цвета стояли в противоположных углах (как на правом рисунке)?

