

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Подсчёт двумя способами. Зелёные.

— Два человека едут в одном купе мимо ранчо.
— О, какое большое стадо. 134632 овцы!
— Поразительно! Вы знаете, я управляющий ранчо и у нас действительно столько овец. Но как вы угадали?
— Я не угадал. Я посчитал. Зная мою систему подсчёта, это очень просто.
— Вау! А научите меня?
— Запоминайте: сначала считаете количество ног, потом делите его на четыре.

Вступление.

1 Можно ли в прямоугольной таблице 5×10 (5 строк и 10 столбцов) так расставить числа, чтобы сумма чисел в каждой строке равнялась бы 30, а сумма чисел в каждом столбце равнялась бы 10?

2 На острове 7 озёр, из каждого вытекает 3 реки и в каждое впадает 2 реки. (Реки впадают только в другое озеро или океан, а из океана ничего не вытекает). Сколько рек впадает в океан?

3 На контрольной каждый из 20 школьников решил ровно 3 задачи, а каждую задачу решило ровно 5 человек. Сколько было задач?

А теперь сами!

1 **a** В строку записано 12 чисел, причём сумма любых трёх подряд идущих чисел равна 13, а сумма всех чисел равна 43. Могло ли такое быть?

b В строку записано 10 чисел, причём сумма чисел трех подряд идущих чисел равна 13, а сумма всех равна 43. Найдите седьмое число.

2 В конференции принимали участие 19 учёных. После конференции каждый учёный отправил 2 или 4 письма другим участникам. Могло ли случиться так, что каждый человек получил ровно 3 письма?

3 Рита, Люба и Варя решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает четыре конфеты, решившая второй — две, а решившая последней — одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причём одновременных решений не было. Они ошибаются. Как вы думаете, почему?

4 В таблицу 5×5 записали числа $1, 2, 3, \dots, 25$ в каком-то порядке. Часть чисел покрасили в синий цвет, а остальные — в красный. Могло ли так получиться, что в каждой строке сумма синих чисел равна сумме красных?

Подсчёт двумя способами. Зелёные. Добавка.

5 Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырёх углов стопки. Может ли оказаться так, что

a в каждом углу стопки сумма равна 1000?

b в каждом углу стопки сумма равна 1543?

6 Можно ли в клетки таблицы a 6×6 ; b 10×10 вписать 0 и 1 так, чтобы в каждом квадрате 2×2 и каждом квадрате 3×3 стояло нечётное число единиц?

7 Можно ли расставить по кругу семь целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трёх расположенных подряд чисел была равна 1, каких-то трёх подряд расположенных — 2, ..., каких-то трёх подряд расположенных — 7?

8 В конкурсе пения участвовали Петух, Ворона и Кукушка. Каждый член жюри проголосовал за одного из трех исполнителей. Дятел подсчитал, что в жюри было 59 судей, причём за Петуха и Ворону было в сумме подано 15 голосов, за Ворону и Кукушку — 18 голосов, за Кукушку и Петуха — 20 голосов. Дятел считает плохо, но каждое из четырёх названных им чисел отличается от правильного не более чем на 13. Сколько судей проголосовали за Ворону?

9 Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)

