

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Лучший и худший случай. Синие.

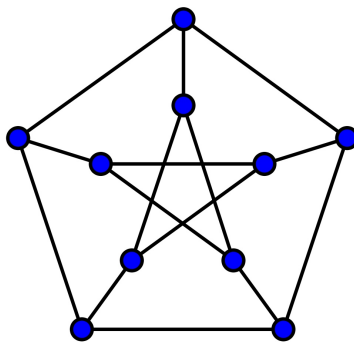
1 Разбойник решил нагрузить верблюда золотом. У него есть слитки высшей пробы, которые весят 5 кг и стоят 60 дирхамов, слитки первой пробы — 4 кг и 47 дирхамов, и слитки второй пробы — 3 кг и 33 дирхама. Верблюд может нести не больше 22 кг золота. На какую наибольшую стоимость груза может рассчитывать разбойник?

2 На доске написано число 999999. За одну операцию можно либо уменьшить одну из его цифр, больших единицы, на 1 и приписать в конец цифру 1, либо уменьшить одну из его цифр, больших тройки, на 3 и приписать в начало две цифры 1. Какое наибольшее число можно получить в результате таких операций?

3 **a** В классе 23 человека, один из которых знает Большой Секрет. Любой человек, знающий секрет, может выбрать одну переменную и во время нее поделиться Большим Секретом или с двумя одноклассниками, или с четырьмя — но с условием, что три из них пообещают никому не рассказывать Секрет. Какого наименьшего количества переменных хватит, чтобы каждый узнал Секрет?

b Та же задача, но те, с кого взяли обещание молчать, могут продержаться только одну переменную, а потом все-таки идут и рассказывают Секрет. В параллели 61 ученик, за какое наименьшее количество переменных они все узнают Секрет?

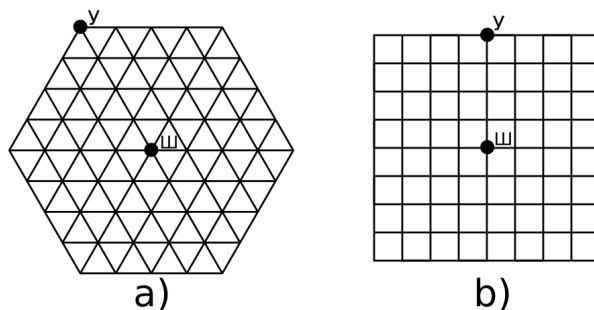
4 Петя хочет нарисовать разноцветными карандашами граф (см. рис.) так, чтобы рёбра, выходящие из одной вершины, были все разных цветов. Сколько разных карандашей ему понадобится?



Лучший и худший случай. Синие. Добавка.

5 **a** Бассейн имеет вид шестиугольника со стороной 48 метров, разделённого линиями сетки на треугольники со стороной 12 метров (см. рис.). В центре бассейна находится школьник, не сделавший домашнее задание, а у одного из углов бассейна — злая учительница. Школьник плавает с максимальной скоростью 1 метр в секунду, причем только по линиям сетки, а по суше бежит быстрее учительницы. Учительница же плавать не умеет, зато бежит с максимальной скоростью 3 метра в секунду (при желании, оба могут перемещаться и медленнее своей максимальной скорости или же вообще стоять). Сможет ли школьник убежать?

b Та же задача, только бассейн — это квадрат 96×96 метров, линии сетки делят его на 64 квадрата 12×12 метров. Учительница начинает у середины стороны бассейна, и ее максимальная скорость — 4 метра в секунду (школьник по-прежнему плавает со скоростью 1 метр в секунду, а бежит быстрее учительницы). Сможет ли школьник убежать в этом случае?



6 Некий организм представляет собой набор клеток и выглядит как бесконечный клетчатый лист. Однажды 9 его клеток, расположенных в форме квадрата 3×3 , заболели. Каждый день с утра можно привить несколько здоровых клеток организма. А каждый вечер болезнь распространяется на все непривитые клетки, соседние с больными по стороне или по углу. Можно ли остановить распространение болезни, если за утро можно делать

- a** 9 прививок;
- b** 6 прививок?

7 Петя и Вася играют в следующую игру. Есть бесконечная полоска из клеточек. За один ход Петя ставит крестик в любую пустую клеточку, а Вася ставит нолики в любые 2020 пустых клеточек. Начинает Петя. Если в какой-то момент на полоске появилось три крестика, один из которых стоит ровно посередине между двумя другими, то Петя побеждает. Может ли Вася ему помешать?

8 Двое игроков отмечают точки плоскости. Сначала первый отмечает точку красным цветом, затем второй отмечает 100 точек синим, затем первый снова одну точку красным, второй 100 точек синим и так далее. (Перекрашивать уже отмеченные точки нельзя.) Докажите, что первый может построить правильный треугольник с красными вершинами.