

Графы. Синие.

1 Ваня, Саня, Маня, Даня и Аня играли между собой в шахматы. Ваня, Саня и Маня сыграли по 4 партии. Сколько партий могла сыграть Аня? (Любая пара ребят играла не более одного раза.)

А теперь сами

1 В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник заметил, что два города соединены дорогой в том и только в том случае, если сумма цифр в названий делится на три. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

2 Семь пятиклассников играли в шахматы. Известно, что Игорь сыграл шесть партий, Кирилл — пять, Арсений и Лев — по три, Настя и Паша — по две, Катя — одну. Кто с кем сыграл? Любая пара ребят играла не более одного раза.

Степень вершины графа — это количество выходящих из неё рёбер.

3 Можно ли нарисовать граф, степени вершин которого равны

a) 5, 3, 2, 1, 1; b) 2, 2, 2, 4, 4, 4?

4 В стране 15 городов, из каждого города выходит не менее 7 железных дорог (все в разные города). Докажите, что из любого города можно доехать на поезде до любого другого.

5 Ювелиру заказали сделать из бриллиантов массаами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 карат такое ожерелье, чтобы сумма масс никаких двух соседних бриллиантов не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7. Сколько у ювелира способов выполнить заказ?

6 a) Может ли шахматный конь обойти доску 4×4 , побывав в каждой клетке по одному разу и вернувшись в исходную клетку?

b) А если из этой доски вырезали четыре угловые клетки?

7 В стране 1543 города, из каждого выходит по 4 дороги. Сколько всего дорог в стране?

8 Про город «Странный» известно, что в каждом его перекрёстке встречается 3 дороги, но вот число перекрёстков никто не помнит. Сколько перекрёстков может быть в этом городе?

9 В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 — по 4 друга, а 10 — по 5 друзей?

10 В графе из каждой вершины выходит по 7 рёбер. **a** Может ли в нём быть 1543 вершины? **b** А может ли быть 1543 ребра?

11 Джон, приехав из Диснейленда, рассказывал, что там на заколдованном озере имеются семь островов, с каждого из которых ведёт один, три или пять мостов. Могло ли такое быть, что ни один из этих мостов не ведёт на берег озера?

12 В некотором государстве 6 городов и 10 автодорог, каждая из которых связывает какие-то два города. Между городами устанавливается авиационное сообщение, исходя из принципа экономии: авиационная линия между двумя городами устанавливается тогда, когда прямая автомобильная дорога между этими городами отсутствует. Сколько авиалиний будет проведено?

13 В одной стране из столицы выходит 7 дорог, из города Дальний — одна дорога, а из остальных городов по 4 дороги. Обязательно ли из столицы можно доехать по дорогам до Дальнего?