

Математический кружок 5 класса в школе 1543.
Обратный ход. Синие.

Не то чудо из чудес,
Что мужик упал с небес;
А то чудо из чудес,
Как он туда залез

Вступление.

1 Предложил чёрт лодырю: «Всякий раз, как перейдешь этот волшебный мост, твои деньги удвоятся. За это ты, перейдя мост, должен будешь отдать мне 40 рублей.» Трижды перешел лодырь мост — и остался совсем без денег. Сколько денег было у лодыря первоначально?

2 Над озерами летели гуси. На каждом садилась половина гусей и еще полгуся, остальные летели дальше. Все сели на семи озерах. Сколько было гусей?

А теперь сами

1 В парке посадили в ряд аллею деревьев. Через год между любыми двумя соседними деревьями посадили ещё по одному. Ещё через год проделали то же самое. Стало 1197 деревьев. Сколько их было изначально?

2 В старом английском саду в пруду растёт кувшинка. Каждую ночь она увеличивается ровно вдвое. Через 100 ночей она заполнила весь пруд.

a За сколько ночей кувшинка заполнила половину пруда?

b Если бы кувшинок было 4, а не одна, за сколько ночей они бы заполнили пруд?

3 Полковник Иванов умеет только умножать на два или переставлять произвольным образом цифры в числе (при условии, что на первом месте не окажется ноль). Сможет ли он получить из единицы **a** число 122; **b** число 74?

4 Два пирата играли на золотые монеты. Сначала первый проиграл половину своих монет и отдал их второму, потом второй проиграл первому половину своих монет, затем опять первый проиграл половину монет. В результате у первого оказалось 15 монет, а у второго 33. Сколько монет было у каждого из пиратов перед началом игры?

Синие. Обратный ход. Добавка.

5 Все натуральные числа от 1 до 1000 записали в следующем порядке: сначала были выписаны в порядке возрастания числа, сумма цифр которых равна 1, затем, также в порядке возрастания, числа с суммой цифр 2, потом — числа, сумма цифр которых равна 3 и т.д. На каком месте оказалось число 996?

6 На кольцевой дороге установили 2022 светофора. Каждую минуту они одновременно меняют цвет по следующему правилу: если у светофора оба соседа (справа и слева) были одного цвета, то он загорается тем же цветом. А если соседи были разного цвета, то светофор между ними загорается третьим цветом. Вначале один светофор горел красным, а остальные — зелёным. Возникнет ли в какой-то момент ситуация, когда все светофоры горят одним цветом?

7 В ряд расположено 100 монет. Изначально первые 50 монет лежат орлом вверх, а остальные 50 — решкой. Аня и Ваня ходят по очереди, начинает Аня. За один ход Аня может выбрать две соседние монеты, одна из которых лежит орлом вверх, а другая — решкой, и перевернуть обе эти монеты. Ваня за свой ход может выбрать две соседние монеты, обе лежащие орлом вверх или обе лежащие решкой вверх, и перевернуть их. Если какой-то из игроков не может сделать свой ход, игра заканчивается. Ваня хочет, чтобы в какой-нибудь момент все монеты оказались решкой вверх. Покажите, как играть Ане, чтобы Ваня гарантированно не выиграл?

8 Четыре кузнечика сидят в вершинах квадрата. Каждую минуту один из них прыгает в точку, симметричную ему относительно другого кузнечика. Могут ли кузнечики через некоторое время оказаться в вершинах квадрата большего размера?

9 В начале времен в Ачухонии жили 100 рыцарей, 99 принцесс и 101 дракон. Рыцари убивают драконов, драконы едят принцесс, а принцессы изводят до смерти рыцарей. Древнее заклятие запрещает убивать того, кто сам погубил нечетное число других жителей.

a (Риторический) Зачем рыцари убивают драконов?

b Сейчас в Ачухонии остался всего один житель. Кто это?