

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

15 декабря 2021 года

Вариант МА2110209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

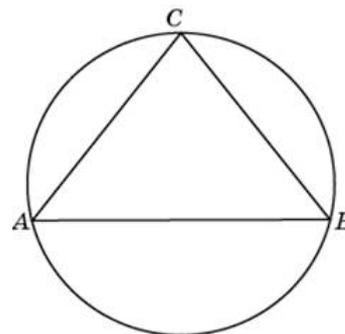
- 1** Решите уравнение $\frac{5}{14}x^2 = 4\frac{3}{8}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 2** В классе 9 учащихся, среди них два друга — Олег и Сергей. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Сергей окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 3** Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 13, основание равно 24. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

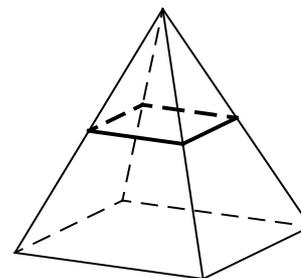


Ответ: _____.

- 4** Найдите значение выражения $\frac{5^{3,8} \cdot 7^{5,8}}{35^{4,8}}$.

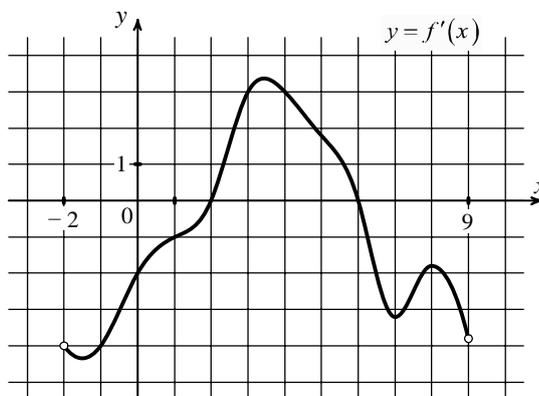
Ответ: _____.

- 5** В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 22. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: _____.

- 6 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -x + 20$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

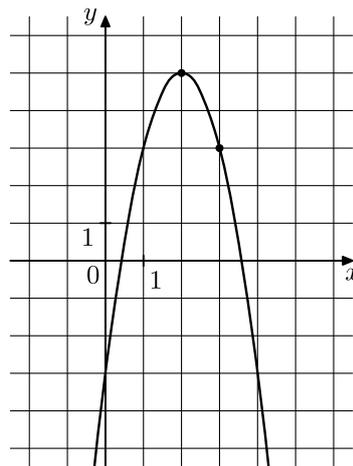
- 7 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, вычисляется по формуле $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 24$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 13,4 м на расстоянии 1 м?

Ответ: _____.

- 8 Два человека отправляются одновременно из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 6,3 км от дома. Первый идёт со скоростью 2,5 км/ч, а второй — со скоростью 3,8 км/ч. Дойдя до опушки, второй разворачивается и с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 9 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx - 3$. Найдите значение $f(8)$.



Ответ: _____.

- 10 На фабрике керамической посуды 20 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефекта. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 11 Найдите точку максимума функции $y = 5 + 12x - 2x^{\frac{3}{2}}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $4\cos^2 x - 1 = -\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

13

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S в грани SBC проведена высота SH , а в грани SEF проведена высота SK .

а) Докажите, что прямая AD перпендикулярна плоскости SHK .

б) Найдите угол между прямыми BE и SH , если $SA = 13$, а $BC = 10$.

14

Решите неравенство $\frac{28}{\left(2^{7-x^2} - 4\right)^2} + \frac{1}{2^{7-x^2} - 4} - 2 \geq 0$.

15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 475 000 рублей?

16

Диагонали AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P . Известно, что угол DAC равен 90° , а угол ACB в 2 раза больше угла ADB . Сумма угла DBC и удвоенного угла ADC равна 180° .

а) Докажите, что $BP = 2AP$.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если $BD = 8$ и точка P является серединой диагонали BD .

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 4^{ax} \cdot 2^{x^2} < 7^{-(x+2a)}, \\ 2x^3 + x^2 + x < 2a^3 + a^2 + a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-2;1]$.

18 Символом $[a]$ обозначается целая часть числа a , то есть наибольшее целое число, не превосходящее a . Например, $[\sqrt{2}] = 1$ и $[-3,4] = -4$.

а) Существует ли такое натуральное число n , что $[\sqrt{n+2}] \cdot [\sqrt{n-2}] = n$?

б) Существует ли такое натуральное число n , что $[\sqrt{n+35}] \cdot [\sqrt{n-34}] = n$?

в) Найдите все натуральные числа n , для которых $[\sqrt{n+75}] \cdot [\sqrt{n-74}] = n$.

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

15 декабря 2021 года

Вариант МА2110210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

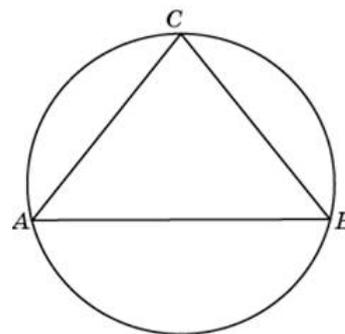
- 1** Решите уравнение $\frac{8}{15}x^2 = 3\frac{1}{3}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 2** В классе 21 учащийся, среди них два друга — Олег и Андрей. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Андрей окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 3** Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 30, основание равно 36. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

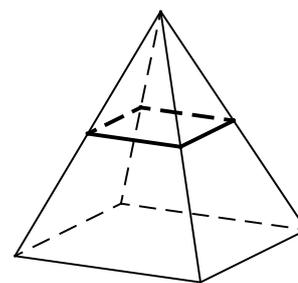


Ответ: _____.

- 4** Найдите значение выражения $\frac{2^{4,4} \cdot 6^{7,4}}{12^{6,4}}$.

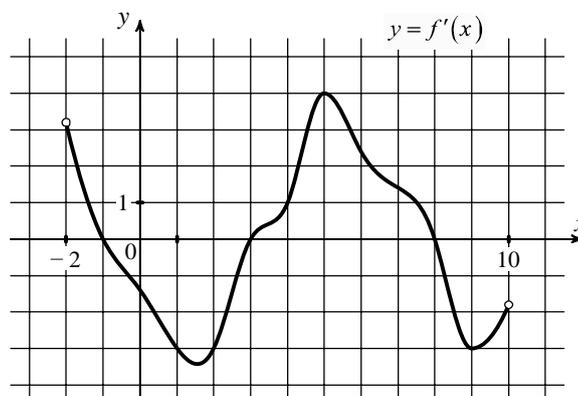
Ответ: _____.

- 5** В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 18. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: _____.

- 6 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x - 17$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

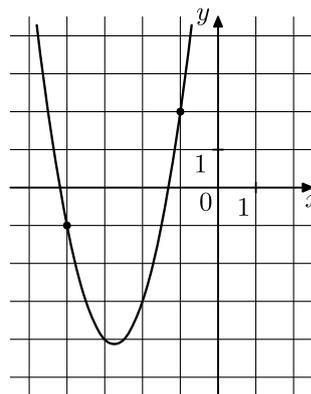
- 7 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, вычисляется по формуле $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 16$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 8,6 м на расстоянии 1 м?

Ответ: _____.

- 8 Два человека отправляются одновременно из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,2 км от дома. Первый идёт со скоростью 2,5 км/ч, а второй — со скоростью 4,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй разворачивается и с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 9** На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + 11$. Найдите значение $f(0,5)$.



Ответ: _____.

- 10** На фабрике керамической посуды 10 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 75 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефекта. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 11** Найдите точку максимума функции $y = 6 + 15x - 2x^{\frac{3}{2}}$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $2\cos^2 x + 1 = \sqrt{3} \cos\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

13

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S в грани SAB проведена высота SH , а в грани SDE проведена высота SK .

а) Докажите, что прямая CF перпендикулярна плоскости SHK .

б) Найдите угол между прямыми AD и SH , если $SA = 25$, а $AB = 14$.

14

Решите неравенство $\frac{14}{\left(4^{5-x^2} - 2\right)^2} + \frac{1}{4^{5-x^2} - 2} - 4 \geq 0$.

15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна сумма всех платежей после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж будет составлять 575 000 рублей?

16

Диагонали AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P . Известно, что угол DAC равен 90° , а угол ACB в 2 раза больше угла ADB . Сумма угла DBC и удвоенного угла ADC равна 180° .

а) Докажите, что $BP = 2AP$.

б) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если $BD = 16$ и точка P является серединой диагонали BD .

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 25^{ax+x} \cdot 5^{x^2} < 7^{-(x+2a+2)}, \\ 2x^3 + x^2 + 2x < 2a^3 + a^2 + 2a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-1; 2]$.

18 Символом $[a]$ обозначается целая часть числа a , то есть наибольшее целое число, не превосходящее a . Например, $[\sqrt{2}] = 1$ и $[-3,4] = -4$.

а) Существует ли такое натуральное число n , что $[\sqrt{n+1}] \cdot [\sqrt{n-1}] = n$?

б) Существует ли такое натуральное число n , что $[\sqrt{n+25}] \cdot [\sqrt{n-24}] = n$?

в) Найдите все натуральные числа n , для которых $[\sqrt{n+65}] \cdot [\sqrt{n-64}] = n$.