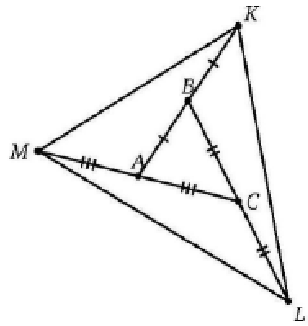
1. Площадь треугольника ABC равна 1. На продолжении его стороны AB за точку B выбрана точка K так, что AB = BK. На продолжении BC за точку C выбрана точка L так, что BC = CL, а на продолжении CA за точку A – точка M так, что CA = AM. Найдите площадь треугольника KLM.



2. Найдите расстояние между скрещивающимися ребрами правильного тетраэдра, если его ребра равны $\sqrt{2}$.

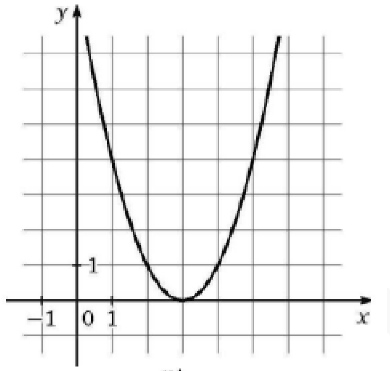
3. В фирме такси есть два микроавтобуса. Каждый из них в случайный момент времени свободен с вероятностью 0,55. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени ни один автобус не будет свободен.

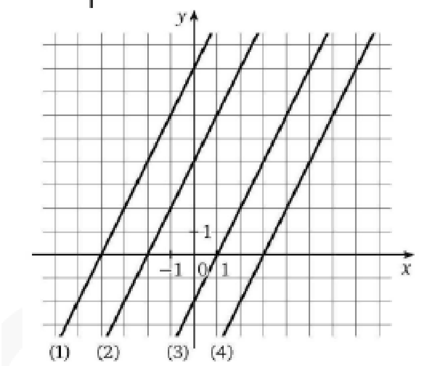
4. Тренер полагает, что баскетболист А. попадает в корзину в среднем семь раз из десяти. Считая это предположение верным, найдите вероятность того, что А. попадет в корзину ровно четыре раза из шести попыток. Результат округлите до тысячных.

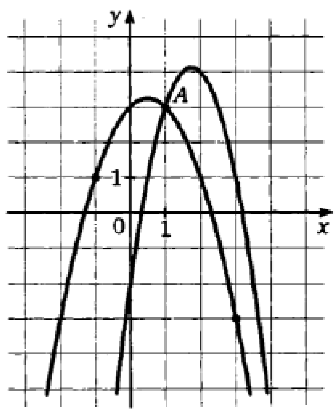
5. Решите уравнение $27 \cdot x^{\log_{27} x} = x^{\frac{10}{3}}$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите наименьший корень.

6. Вычислите $\log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$

7. Функция задана графиком: Один из графиков, изображенных на рисунке, является графиком ее производной:







8. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле: $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

9. Рабочий изготовил в назначенный ему срок некоторое число одинаковых деталей. Если бы он ежедневно изготавливал их на 10 штук больше, то выполнил бы эту работу на 4,5 дня раньше срока, а если бы он делал в день на 5 деталей меньше, то опоздал бы на 3 дня против назначенного срока. Сколько деталей изготовил рабочий?

10. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -2x^2 + 7x - 2$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$ (где a, b, c - целые числа), которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.

11. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = \dfrac{6-3x^2}{\sqrt{4x+5}}$ на промежутке $(-1{,}25;1]$.

13 а) Решите уравнение $\dfrac{9^{\sin 2x}-3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{7\pi}{2};5\pi\right]$.

14 Дана прямая треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Известно, что $AB=BC$. Точка K — середина ребра A_1B_1, а точка M лежит на ребре AC и делит его в отношении $AM:MC=1:3$.

а) Докажите, что прямая KM перпендикулярна прямой AC.

б) Найдите расстояние между прямыми KM и A_1C_1, если $AB=6$, $AC=8$ и $AA_1=3$.

15 Решите неравенство $3^{|x|}-8-\dfrac{3^{|x|}+9}{9^{|x|}-4\cdot 3^{|x|}+3}\le\dfrac{5}{3^{|x|}-1}$.

16 Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1

б) Вычислите радиус данной окружности, если $\angle A=120°$, $BC=10\sqrt{7}$ и площадь треугольника AB_1C_1 в три раза меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1.

17 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на одинаковое целое число n процентов и за второй, и за третий годы. Найдите наименьшее значение n, при котором за три года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

18 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\left(x^2+\sqrt{x+2a}\right)^2=\left(1-2x+\sqrt{x+2a}\right)^2$$

имеет единственное решение на отрезке $[-1;1]$.

19 Конечная возрастающая последовательность $a_1, a_2, \ldots, a_n$ состоит из $n\ge 3$ различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k\le n-2$ выполнено равенство $3a_{k+2}=4a_{k+1}-a_k$.

а) Приведите пример такой последовательности при $n=5$.

б) Может ли в такой последовательности при некотором $n\ge 3$ выполняться равенство $2a_n=3a_2-a_1$?

в) Какое наименьшее значение может принимать a_1, если $a_n=315$?