

Геометрия, 11 "В", домашнее задание на 02 февраля.

1. [Задача из материалов ЕГЭ. Оформляйте решение так, как требуется на экзамене.] Сечением прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью α , содержащей прямую BD_1 и параллельной прямой AC , является ромб.

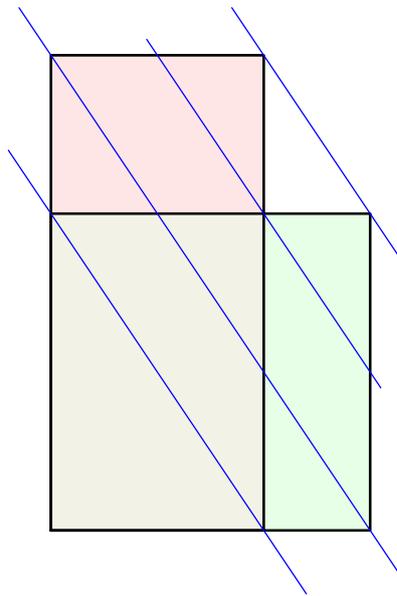
а) Докажите, что грань $ABCD$ – квадрат.

б) Найдите угол между плоскостями α и BCC_1 , если $AA_1 = 6$, $AB = 4$.

2. Сферический пояс высоты H является частью сферы радиуса R . Найдите площадь его поверхности. (Сферический пояс – часть сферы между параллельными плоскостями, его высота – расстояние между ними.)

3. На уроке мы обсуждали, как доказать, что два прямоугольных параллелепипеда равны по Кавальери. Мы решили плоский вариант этой задачи – доказали, что два равновеликих прямоугольника можно расположить на плоскости так, чтобы любая горизонтальная прямая высекала на них отрезки равной длины.

Приведём решение этой задачи (для тех, кого на уроке не было или кто прослушал).



Зелёный и розовый прямоугольники совмещаем углом. Синие прямые окажутся параллельны (убедитесь!). Они и задают нужное направление.

Задание состоит в том, чтобы решить теперь основную задачу. Есть два прямоугольных параллелепипеда одинакового объёма. Нужно доказать, что их можно расположить в пространстве так, чтобы любая горизонтальная плоскость пересекала их по фигурам равной площади. (Указание. Если у наших параллелепипедов есть одно одинаковое измерение, задачу решить несложно (как?). Если нет, рассмотрим третий вспомогательный параллелепипед того же объёма, у которого...)

4*. Две перпендикулярные друг другу прямые находятся на расстоянии 1 друг от друга. Зададимся числом $a > 1$ и рассмотрим всевозможные отрезки с концами на этих прямых, длина которых не превышает a . Все точки всех этих отрезков образуют тело. Каков его объём?

5*. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$. Отмечен центр той из вневписанных окружности треугольника ABD , что касается стороны AB , и центр той из вневписанных окружности треугольника ACD , что касается стороны CD . Докажите, что на прямой, соединяющей эти центры, лежат также инцентры треугольников ABC и DBC .