Геометрия, 11 "В", домашнее задание на 26 января.

$\boxed{1.}$ **[Задача из материалов ЕГЭ. Оформляйте решение так, как требуется на экзамене.]** Точки P и Q – середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ соответственно.

$\boxed{\text{а)}}$ Докажите, что прямые B_1P и QB перпендикулярны.

$\boxed{\text{б)}}$ Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку Q и перпендикулярной прямой B_1P, если ребро куба равно 2.

$\boxed{2.}$ На уроке рассказывалось о подходе к определению площади поверхности, предложенном Минковским (*Hermann Minkowski* (1864 – 1909) — немецкий математик). По каждой поверхности строится тело (т. н. «шуба»), являющееся объединением шаров радиуса h с центрами в каждой точке поверхности. За площадь поверхности принимается предел при $h \longrightarrow 0$ отношения объёма «шубы» к её толщине $2h$ (если этот предел существует).
Используя формулу $V = 2\pi^2 r^2 R$ объёма полнотория (тела, ограниченного тором радиусами R и r), найдите, следуя определению Минковского, $\boxed{\text{а)}}$ площадь поверхности цилиндра с радиусом R и высотой H; $\boxed{\text{б)}}$ площадь тора с радиусами R и r.

$\boxed{3.}$ Прямоугольник со сторонами 30 и 40 вращают вокруг диагонали. Найдите объём получающегося тела.

$\boxed{4^*.}$ Вычислите площадь внутри астроиды $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$. (Для вдохновения можно погуглить картинку астроиды. Для подсчёта, как обычно, хороша тригонометрическая замена.)

$\boxed{5^*.}$ AL – биссектриса треугольника ABC. O – центр его описанной окружности, M – середина AL. Перпендикуляр к BC, проведённый через L, пересекает отрезок AO в точке K. Докажите, что B, C, M и K лежат на одной окружности.